Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Mecreskunde

## Beiträge zur Meereskunde

Contributions to Marine Scientific Research

1

1

## Heft 54 · 1986

#### Contents

WOLFGANG FENNEL Theory of the inertial response of channel models	3
EBERHARD HAGEN, RUDOLF SCHEMAINDA, NOR- BERT MICHELCHEN, WOLFGANG ZAHN, GERHARD WOLF, DIETWART NEHRING, ULRICH BRENNING Quasi stationary structures of upwellings off the Mauritanian coast in March/April 1983 (in German)	19
WOLFGANG MATTHÄUS, RUDOLF SAMMLER, REINHARD SCHWABE Mesoscale current patterns and their charac- teristics in the central Arkona Basin in April 1981 (in German).	33
UWE REITER Calculation of isolines in a closed rectangle using bivariate spline-functions (in German)	53
GÜNTHER SAGER Seasonal growth of the pink shrimp off the Isle of Man after data series from AL-ADHUB and BOWERS (1977)	61
RUDOLF SCHEMAINDA, EBERHARD HAGEN On the topographic direction tendency of baro- tropic motions in the eastern Central Atlantic	
(in German)	69

Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Meereskunde

# Beiträge zur Meereskunde

Contributions to Marine Scientific Research



Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Meereskunde

## Beiträge zur Meereskunde

Contributions to Marine Scientific Research

Die "Beiträge zur Meereskunde" erscheinen in unregelmäßiger Folge und in fortlaufender Numerierung ihrer Hefte. Publiziert werden Originalbeiträge zur wissenschaftlichen Meeresforschung, insbesondere zu meeresphysikalischen, -chemischen, -geologischen und -biologischen Problemen sowie zur Entwicklung der Meeresforschungstechnik. Manuskriptsendungen werden erbeten an den Herausgeber: Prof. Dr. sc. Klaus Voigt, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestr. 15. Es können Originalarbeiten in deutscher, englischer und russischer Sprache eingereicht werden. Von jedem Beitrag werden 70 Sonderdrucke kostenfrei geliefert. Um Beachtung der Hinweise für Autoren auf der 3. Umschlagseite wird gebeten.

The "Beiträge zur Meereskunde" is published at irregular intervals and numbered consecutively. It is a medium for the publication of original articles on the marine scientific research: the physical and chemical oceanography, the marine geology and biology as well as the marine research technology. Manuscripts should be submitted to

the editor: Prof. Dr. sc. Klaus Voigt, Institut für

Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde,

Seestr. 15, German Democratic Republic. Original contributions are accepted in German, English or Russian. 70 reprints of each article published will be supplied free of charge. See the last page for Note to Contributors which will be printed alternately in English and Russian.

Begründet von ERICH BRUNS

(Schriftleitung)

Herausgegeben von KLAUS VOIGT

unter Mitwirkung von Hans-Jürgen Brosin, Dieter Lange, Wolfgang Matthäus, Dietwart

NEHRING, KLAUS STRIGGOW und MANFRED STURM

Журнал "Beiträge zur Meereskunde" не является периодическим изданием, но с порядковой нумерацией. В журнале публикуются оригинальные статьи, посвященные научным исследованиям морей и океанов, в частности физическим, химическим, геологическим и биологическим проблемам моря, а также развитию технических средств исследования морей. Авторские рукописи просим высылать в адрес издателя: Prof. Dr. sc. Klaus Voigt, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestr. 15, Германская Демократическая Республика. Статьи принимаются на немецком, английском или русском языках. Автору высылается бесплатно 70 отдельных экземпляров оттисков. Просим обратить внимание на инструкцию для авторов, находящуюся на по-

следной странице. Инструкция печатается по-

переменно на английском и русском языках.

Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Meereskunde

## Beiträge zur Meereskunde,

Contributions to Marine Scientific Research is the k -

#### Inhalt

WOLFGANG FENNEL Theorie der Trägheitsreaktion von Kanalmodellen (in Englisch)

EBERHARD HAGEN, RUDOLF SCHEMAINDA, NOR-BERT MICHELCHEN, WOLFGANG ZAHN, GERHARD WOLF, DIETWART NEHRING, ULRICH BRENNING Quasistationäre Strukturen im Wasserauftrieb vor Mauretanien im März/April 1983 . . . .

WOLFGANG MATTHÄUS, RUDOLF SAMMLER, REINHARD SCHWABE Mesoskale Strömungsmuster und ihre Charakteristika im zentralen Arkonabecken im April 1981

#### UWE REITER

Die Berechnung von Isolinien in einem abgeschlossenen Rechteck unter Verwendung zweidimensionaler Spline-Funktionen

#### GÜNTHER SAGER

Saisonales Wachstum der rosa Garnele vor der Isle of Man nach Daten von AL-ADHUB und Bowers (1977) (in Englisch) . . . . . . . 61

RUDOLF SCHEMAINDA, EBERHARD HAGEN Zur topographischen Richtungstendenz barotroper Strömungen im östlichen Zentralatlantik

Heft 54 · 1986 2.3 Wormernlinde Deutsche Demokrotische Republik

3

19

33

53

7986,279



69

Contents

#### Содержание

3

33

53

61

69

Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 3-18, Berlin 1986

WOLFGANG FENNEL

## Theory of the inertial response of channel models

With 6 figures

#### WOLFGANG FENNEL Theory of the inertial response of channel models

EBERHARD HAGEN, RUDOLF SCHEMAINDA, NOR-BERT MICHELCHEN, WOLFGANG ZAHN, GERHARD WOLF, DIETWART NEHRING, ULRICH BRENNING Quasi stationary structures of upwellings off the Mauritanian coast in March/April 1983 (in German)

#### Wolfgang Matthäus, Rudolf Sammler, Reinhard Schwabe

Mesoscale current patterns and their characteristics in the central Arkona Basin in April 1981 (in German).

#### UWE REITER

Calculation of isolines in a closed rectangle using bivariate spline-functions (in German)

#### GÜNTHER SAGER

Seasonal growth of the pink shrimp off the Isle of Man after data series from AL-ADHUB and BOWERS (1977) . . . . . . . . . . . . . . . . . .

RUDOLF SCHEMAINDA, EBERHARD HAGEN On the topographic direction tendency of barotropic motions in the eastern Central Atlantic (in German)

#### ISSN 0067-5148

Erschienen im Akademie-Verlag Berlin, DDR-1086 Berlin, Leipziger Straße 3—4 © Akademie-Verlag Berlin 1986 Lizenznummer: 202 · 100/443/86 P 116/85 Printed in the German Democratic Republic Gesamtherstellung: VEB Druckerei "Thomas Müntzer", 5820 Bad Langensalza Lektor: Dipl.-Phys. Helga Müller Umschlaggestaltung: Michael Schmidt LSV 1465 Bestellnummer 763 562 8 (2105/54) 02000

Вольфганг Феннель Теория реакции инерции моделей канала (на английском языке)....

Эберхард Хаген, Рудольф Шемайнда, Норберт Михельхен, Вольфганг Цан, Герхард Вольф, Дитварт Неринг, Ульрих Бреннинг Квазистационарные структуры апвеллинга

перед берегом Мавритании во время марта до апреля 1983 года (на немецком языке).

Вольфганг Маттэус, Рудольф Заммлер, Рейнхард Швабе

Мезомасштабные циркуляции и их характеристики в центральном Арконском бассейне в апреле 1981 года (на немецком языке)

#### Уве Райтер

Вычисление изолиний в замкнутом прямоугольнике с помощью двумерных сплайнфункций (на немецком языке). . . . . . .

#### Гюнтер Загер

Сезональный прирост креветки Dichelopandalus bonnieri перед островом Мэн по данным AL-ADHUB и Bowers (1977) (на английском языке)....

Рудольф Шемайнда, Эберхард Хаген О топографической тенденции направления интегральной циркуляции в Центральной восточной части Атлантического океана (на немецком языке).

69

3

19

33

53

61

Zusammenfassung: Es wird in der vorliegenden Arbeit eine vereinheitlichte Theorie der Reaktion einer geschichteten Flüssigkeit in einem Kanal auf der rotierenden Erde aufgebaut, die eine umfangreiche Klasse von Windanregungen erfaßt. Die Grundidee besteht in der Ermittlung der Green-Funktion für eine der dynamischen Variablen, zum Beispiel die küstennormale Strömungskomponente, um damit die gesamte dynamische Reaktion durch die Green-Funktion und die externen Kräfte auszudrücken.

Dabei spielt die Green-Funktion eine zentrale Rolle, nicht nur als mathematische Hilfsgröße, sondern auch als eine Funktion, die sehr kompakt die Information über die möglichen Reaktionsmuster des Systems enthält. Zur Illustration werden einige Beispiele explizit durchgerechnet.

Bezüglich der Zeitvariablen wird eine halbseitige Fouriertransformation benutzt. Daher können in relativ einfacher Weise explizite Ausdrücke für Eulersche Frequenzspektren angegeben werden.

*Abstract*: The aim of this paper is to present an unified theory of the response of a stratified fluid in a channel on the f-plane that covers a large class of transient wind forces.

The basic idea consists in the determination of the Green's function for one of the dynamical fields, e.g. the cross current. Then the complete response can be expressed in terms of the Green's function and the external forces.

The Green's function plays a key role since it contains compactly the information of the system dynamics.

To illustrate the general solution some cases of large scale forcing and forcing through a moving front are considered explicitly.

Concerning the time varable we use a one sided Fourier transformation technique which enables us to find explicit expressions for Eulerian frequency spectra.

Резюме: В статье представлена унифицированная теория реакции жидкости с расслоением в канале на вращающейся земле. Теория содержит многочисленные возможности влияния ветра. Основная мысль состоит в том, находить функцию Грина для одной из динамических переменных и после этого выразить общую динамическую реакцию с помощью функций Грина и внешних сил.

При этом функция Грина играет центральную роль, так как она содержит информации о возможных реакциях системы.

Относительно переменных времени применяется преобразование Форье. Вследствие этого можно дать сравнительно простые выражения для спектральных функций.

#### 1. Introduction

The investigation of the inertial response of channel models to transient wind forcing is of interest because, firstly, marginal seas as for example the Baltic Sea may be modelled in terms of long channels and, secondly, such models can be investigated analytically. The analytical study of simple models leads to a deep physical insight into the forcing problem.

Generally the response to transient forcing consists of Poincaré waves and a semigeostrophic motion which varies with the time scale of the forcing. For some special types of external forces and with different assumptions of the stratification channel models are analytically investigated by several authors (see e.g. CHARNEY, 1955; CREPON, 1969; KRAUSS, 1979; FENNEL, 1982; see also for review CSANADY, 1977 and 1982).

The aim of this paper is to present a more general theory based on the linear Boussinesq equations, which relates the response to a general class of external wind forces. We consider a continously stratified model but we note also the corresponding expressions in layer models with vanishing Brunt Väisälä Frequency (BVF) within the layers. It was pointed out by CSANADY (1982) that for the investigation of the semigeostrophic motion, especially the coastal jets, the layer model is superior since it predicts finite pycnocline displacements at the coasts. On the other hand for the investigation of the inertial motion and the related vertical current shear continously stratified models are closer to reality.

The wind forcing is assumed to act as a body force through the upper mixed layer on a fluid at rest.

Concerning the time variable we deal with initial value problems which usually are solved in terms of Laplace transformation (see e.g. CREPON, 1969 and KRAUSS, 1979). Contrary, we use an one sided Fourier transformation technique. This procedure possesses the advantage that the transformed fields are not only auxiliary quantities but have a direct physical meaning in terms of sprectra.

In section 2 we formulate the problem on the basis of the linearized Boussinesq equations in the hydrostatic approximation. In section 3 the vertical problem will be discussed. In section 4 the general solution of the horizontal problem is derived on the basis of a Green's function technique. In the following sections 5 and 6 some examples of external forcing are considered in order to illustrate the general solution. In Appendix A we shortly show how to calculate singular integrals which occur in the course of the paper. In Appendix B the extension of the Green's function technique to the case of an ocean bounded by one coast has been outlined.

## 2. Basic equations and formulation of the problem

We start with the inviscid linear Boussinesq equations in the hydrostatic approximation

$U_t - fV + P_x = X$	(2.1)
$V_t + fU + P_y = Y$	(2.2)

$$\begin{aligned} 1 & -b + P_z &= 0 & (2.3) \\ b_t + N^2 w &= 0 & (2.4) \\ U &+ V + W &= 0 & (2.5) \end{aligned}$$

where  $b = -g(\varrho - \varrho_0)/\varrho_0$  is the bouyancy,  $N^2$  is the Brunt Väisälä Frequency (BVF) and p the perturbation pressure diveded by  $\varrho_0$ , X and Y are the wind forces which are considered to be volume forces which act through the upper layer of thickness h  $= H_{\text{mix}}$ . The subscripts t, x, y and z denote partial derivatives.

The forces start to act at t = 0 on a fluid at rest in a long channel of width L and of the constant depth H.

The alongshore coordinate is x, and y is the cross coordinate. The vertical coordinate z is positive upward. The seasurface is located at z = 0 and the bottom at z = -H. For the cross-current v we have the boundary conditions.

$$V(x, 0, z, t) = V(x, L, z, t) = 0$$
(2.6)

and for the vertical component follows at the bottom

$$W(x, y, -H, t) = 0$$
 (2.7)

and at the surface

$$W(x, y, 0, t) = \frac{P_t}{g}$$
(2.8)

From (2.3) and (2.4) follows

$$W = -\frac{1}{N^2} P_{zt}$$
 (2.9)

and therefore

$$P_{zt}(x, y, -H, t) = 0 (2.10)$$

and

$$\frac{N^2}{g}P_t(x, y, 0, t) + P_{zt}(x, y, 0, t) = 0 \quad (2.11)$$

Horizontal and vertical variations are separable

$$(U, V, P) = \sum_{m} (U_m, V_m, P_m) F_m(z)$$
(2.12)  
where  $U_m, V_m, P_m$  do not depend on z.

The vertical eigenfunctions are determinded by the well known Sturm Liouville problem

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \frac{1}{N^2} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} + \lambda_m^2 \bigg) F_m(z) = 0 \qquad (2.13)$$

with

$$F'_{m}(-H) = 0 (2.14)$$

and

F

$$V'_{m}(0) + \frac{N^2}{g} F_{m}(0) = 0$$
 (2.15)

 $\lambda_m^2$  is the vertical eigenvalue.

Expanding the forcing functions X and Y also in terms of the  $F_m$ 's we obtain

$$U_{m_{t}} - fV_{m} + P_{m_{x}} = X_{m}$$
(2.16)  

$$V_{m_{t}} + fU_{m} + P_{m_{y}} = Y_{m}$$
(2.17)  

$$U_{m_{x}} + V_{m_{y}} + \lambda_{m}^{2}P_{m_{t}} = 0$$
(2.18)

Equations (2.16) to (2.18) govern the horizontal variability of the problem. The vertical current follows from

$$W(x, y, t) = \sum_{m} P_{mt}(x, y, t) \frac{(-1)}{N^2} \frac{d}{dz} F_m(z)$$
(2.19)

Now the problem consists of two parts. Firstly we have to solve the vertical eigenvalue problem (2.13) to (2.14) for reasonably chosen  $N^2(z)$ , and secondly we have to determine the solutions of (2.16) to (2.18) and (2.6) for appropriate forcing types.

## 3. Solution of the vertical problem

The present section deals with the solution of the Sturm Liouville problem (2.13) to (2.15) for appropriately chosen BVF's. In principle it is possible to solve this problem numerically on the basis of measured  $N^2(z)$ (see e.g. KIELMANN, KRAUSS, KEUNECKE (1973)). On the other hand at least in shallow seas step models of  $N^2(z)$  are appropriate which enable us to characterize regional and seasonal BVF profiles in terms of few parameters.

We confine ourselves to a two piece stratification. An extension to more than two layers with nonzero  $N^2$  is straight-forward. Let  $N^2(z)$  be given by

$$N(z) = \begin{cases} N_1 & \text{for } 0 \ge z > -h \\ N_2 & \text{for } -h > z \ge -H \end{cases}$$
(3.1)

Where -h is the depth of the upper layer and  $N_1$ ,  $N_2$ are the constant BVF's of the upper and lower layer, respectively. For z = -h we assume  $N(-h) = \frac{N_1 + N_2}{2}$ . For the eigenfunctions  $F_m(z)$  two additional conditions

For the eigenfunctions  $F_m(z)$  two additional contributions follow

$$F_m^{(1)}(-h+0) = F_m^{(2)}(-h-0), \qquad (3.2)$$

$$\frac{F_{m_z}^{(1)}}{N_1^2}(-h+0) = \frac{F_{m_z}^{(2)}}{N_2^2}(-h-0), \qquad (3.3)$$

where the upper indices refer to upper or lower layer, respectively. Moreover we choose for the baroclinic modes the rigid lid condition

$$F_{m_{\pi}}(0) = 0 \quad \text{for} \quad m \ge 1 \tag{3.4}$$

and consider only for the barotropic mode the full condition (2.15). Thus we neglect for the baroclinic modes small terms of the order  $N_1^2h/g$ . The solutions for baroclinic modes are

$$F_{m}(z) = \begin{cases} F_{m}^{(1)}(z) & \text{for } 0 \ge z > -h \\ F_{m}^{(2)}(z) & \text{for } -h > z \ge -H \end{cases}$$
(3.5)

.

with

$$F_m^{(1)}(z) = A_m \cos\left(A_m \frac{z}{H}\right) \tag{3.6}$$

$$F_m^{(2)}(z) = \frac{A_m \cos\left(\nu A_m\right) \cos\left(\mu A_m \left(1 + \frac{z}{H}\right)\right)}{\cos\left(A_m \mu (1 - \nu)\right)}$$
(3.7)

where v and  $\mu$  are the ratios v = h/H and  $\mu = N_1/N_2$ ,  $A_m = N_1 \lambda_m H$  is the scaled vertical eigenvalue and  $A_m$  is the normalization constant

$$A_{m} = \left(\frac{2}{H}\right)^{1/2} \left\{ \nu + (1-\nu) \frac{\cos^{2}(A_{m}\nu)}{\cos^{2}[A_{m}\mu(1-\nu)]} \right\}^{1/2} (3.8)$$

The  $\Lambda_m$ 's are the roots of the eigenvalue condition  $\mu \tan [\Lambda_m \mu (1 - \nu)] + \tan (\Lambda_m \nu) = 0$  (3.9)

For the barotropic mode follows with  $\lambda_0^2 \approx 1/gH$ ,

$$F_0^{(1)}(z) = \left(\frac{1}{H}\right)^{1/2} \left\{ 1 - \frac{N_1^2 H}{g} \left[ \frac{z}{H} + \frac{1}{2} \left( \frac{z}{H} \right)^2 \right] \right\}$$
(3.1)

$$F_{\Psi}^{(2)}(z) = \left(\frac{1}{H}\right)^{1/2} \left\{ 1 - N_1^2 \frac{H}{g} \nu \left(1 + \frac{\nu}{2}\right) + \frac{N_2^2 H}{2g} \left[ \left(1 + \frac{z}{H}\right)^2 - (1 - \nu)^2 \right] \right\}$$
(3.11)

where in (3.5) to (3.11) higher orders of  $N_1^2 H/g$  and  $N_2^2 H/g$  are neglected.

In Fig. 1 the first three scaled eigenvalues are plotted versus the ratio h/H for a fixed BVF ratio. For h = H the constant BVF eigenvalues  $\Lambda_m = m\pi$  follow. Note that the  $\Lambda_m$ 's vary only in the vicinity of h/H = 1 significantly. In Fig. 2 the first three  $\Lambda_m$ 's are shown as functions of the ratio  $N_1/N_2$  for fixed h = H/2. For  $N_1 = N_2$  the  $\Lambda_m$ 's become the constant BVF eigenvalues  $\Lambda_m = m\pi$  as in the former case for h = H. Again, the strongest variance occurs in the vicinity of  $N_1 \approx N_2$ . For  $h = H_{\text{mix}} = H/2$  and  $N_1/N_2 = 1/2$  the first three normalized eigenfunctions  $F_m$  are plotted in Fig. 3.



Fig. 1 First three scaled eigenvalues  $\Lambda_m$  versus the layer ratio h/H at fixed BVF ratio  $N_1/N_2 = 10$ 



Fig. 2

First three scaled eigenvalues versus the BVF ratio  $N_1/N_2$  for fixed layer ratio h/H = 1/2



Fig. 3

First three normalized vertical eigenfunctions for a two layer model with a BVF ratio  $N_1/N_2 = 1/2$  and h = H/2

Now we consider the expansion of the volume forces X and Y

$$X(x, y, z, t) = X(x, y, t) \Theta(h + z)$$
(3.12)

 $Y(x, y, z, t) = Y(x, y, t) \Theta(h + z)$  (3.13)

with  $\Theta$  being the step function ( $\Theta(x) = 1$ for x > 0,  $\Theta(0) = 1/2$  and  $\Theta(x) = 0$  for x < 0). With

 $\Theta_m = \int_{-H}^{0} F_m(z) \ \Theta(h+z) \ dz = \int_{-h}^{0} F_m^{(1)}(z) \ dz \ (3.14)$ 

follows

$$(X, Y) = \sum_{m} (X_{m}, Y_{m}) F_{m}(z)$$
(3.15)

where

$$(X_m, Y_m) = \Theta_m(\bar{X}, \bar{Y})$$
(3.16)

Using (3.6) we have

$$\Theta_m = \frac{h}{A_m} \frac{\sin(vA_m)}{vA_m} \quad \text{for} \quad m \ge 1 , \quad (3.17)$$

and

$$D_0 = \frac{h}{(H)^{1/2}}$$

With (3.17) the series (3.15) converges slowly like 1/m. Replacing the step function in (3.12) and (3.13) by  $\Theta(z + h) \cos \frac{\pi z}{2h}$  the coefficients (3.17) are modified to

$$D'_{m} = A_{m} \frac{H}{h} \frac{\cos(\Lambda_{m}\nu)}{\left[\Lambda_{m}^{2} - \left(\frac{\pi}{2\nu}\right)^{2}\right]}$$

In this case the convergence of (3.15) is better but nevertheless the excitation of various vertical modes must be taken into account. Experimental evidence for the significant excitation of more than three vertical modes was demonstrated for example in the Baltic by KIELMANN et al. (1973).

Finally we shortly summarize the case of a layer model with vanishing BVF within the layers. Let  $\varrho_1$  and  $\varrho_2$  be the constant densities in the upper and lower layer, respectively. Then  $N^2(z)$  behaves like a delta-function and the vertical eigenvalues problem (2.13) to (2.15) is no longer well defined.

Let  $\zeta$  and  $\zeta'$  be the displacements from equilibrium level of the surface and the pycnocline, respectively, and may  $\varepsilon$  be the density defect of the top layer

 $\varepsilon = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2}$ . Then the horizontal set (2.16) to (2.18) applies as long as

$$\gg \varepsilon \frac{h'}{H} \zeta'$$
 and  $\zeta' \frac{H}{hh'} \gg \zeta$ 

where h' = H - h is the thickness of the lower layer. Instead of the eigenfunctions we have the two pseudomodes or projections

$$) = \frac{1}{(H)^{1/2}} \tag{3.20}$$

and

 $F_0(z$ 

$$F_1(z) = \left(\frac{H}{hh'}\right)^{1/2} \left(\frac{h}{H} - \Theta(z+h)\right)$$

The pseudoeigenvalues are  $\lambda_0^2 = 1/gH$  and  $\lambda_1^2 = H/\epsilon ghh'$ . The  $F_0$  and  $F_1$  are orthogonal and normalized

$$\int_{-H}^{0} \mathrm{d}z \ F_{m}(z) \ F_{n}(z) = \delta_{m}(z)$$

For the  $P_m$ 's we have  $P_0 = g\zeta/(H)^{1/2}$  and  $P_1 = (H/hh')^{1/2}q_B\zeta'$ . The vertical current is explicitly

Inertial response

$$W = \zeta_t \left( 1 + \frac{z}{H} \right) + \left( \zeta'_t - \zeta_t \frac{h}{H} \right)$$

$$\times \left[ \frac{H+z}{h} \Theta(-z-h) - \frac{z}{h} \Theta(z+h) \right]$$
(3.22)

The projections of X and Y on the  $F_m$ 's give analogously to (3.15) to (3.18) (X, Y) =  $(X_0, Y_0) F_0 + (X_1, Y_1) F_1$ , (3.23)

where

(3.18)

(3.19)

(3.21)

$$\begin{split} (X_0, Y_0) &= (\bar{X}, \, \bar{Y}) \int_{-H}^{0} \, \mathrm{d}z \, F_0 \Theta(z + h) \\ &= \frac{h}{H^{1/2}} \, (\bar{X}, \, \bar{Y}) \,, \\ (X_1, Y_1) &= (\bar{X}, \, \bar{Y}) \int_{-H}^{0} \, \mathrm{d}z \, F_1 \Theta(z + h) \\ &= - \left(\frac{hh'}{H}\right)^{1/2} (\bar{X}, \, \bar{Y}) \,. \end{split}$$

## 4. General solution of the horizontal problem

Now we solve the set (2.16) to (2.18) with the boundary condition (2.6). We assume that the forces  $X_m$  and  $Y_m$  start to act on a fluid at rest at t = 0. This implies  $V_m = U_m = P_m = X_m = Y_m = 0$  for t < 0 (4.1)

Since the most convenient boundary conditions exist for the cross current it is appropriate to start with the evaluation of V. For V alone we have from (2.16) to (2.18)

$$V_{ttt} + f^2 V_t - \frac{\Delta}{\lambda^2} V_t = Y_{tt} - \frac{Y_{xx}}{\lambda^2} - f X_t + \frac{1}{\lambda^2} X_x$$
(4.2)

where  $\Delta$  is the horizontal Laplacian,  $\Delta = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ , and the index *m* has been dropped.

8

Fourier transformation of (4.2) with respect Note that G(y, y') fulfills also to x and t yields

$$V_{yy}(\omega, k, y) + \alpha^2 V(\omega, k, y) = i \frac{(\omega^2 \lambda^2 - k^2)}{\omega}$$
  
×  $Y(\omega, k, y) + \left(\lambda^2 f + \frac{k}{\omega} \frac{\partial}{\partial y}\right) X(\omega, k, y)$  (4.3)

with 
$$\alpha^2 = \lambda^2 (\omega^2 - f^2) - k^2$$
 and,

$$V(\omega, k, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{0}^{\infty} dt V(x, y, t) e^{i\omega t - ikx}$$
(4.4)

The transformations of U, P, X, and Y are defined analogously. From (4.1) it follows that these quantities are one sided Fouriertransformed with respect to the time variable t. Regarding the inverse transformation

$$V(x, y, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} e^{-i\omega t + ikx} V(\omega, k, y)$$
(4.5)

there arises the problem that  $V(\omega, k, y)$  may have singularities on the real  $\omega$ -axis, and there are different possibilities to go around them. A description how to go around those singularities follow from the principle of causality (see Appendix A).

The formal solution of (4.3) and (2.6) can be found using the corresponding Greenfunction G(y, y') which is subject to

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}y^2} + \alpha^2\right) G(y, y') = \delta(y - y') \tag{4.6}$$

$$G(0, y') = G(L, y') = 0$$

Here  $\delta(y' - y)$  is Dirac's delta function. The solution of (6) and (7) is

$$G(y, y') = \Theta(y - y') G^{>}(y, y') + \Theta(y' - y) G^{<}(y, y'), \qquad (4.8)$$
with

$$G^{>}(y, y') = \frac{\sin \alpha y' \sin \alpha (y - L)}{\alpha \sin \alpha L}$$

and

 $G^{>}(y, y') = G^{<}(y', y) .$ 

$$\left(\frac{d^2}{dy'^2} + \alpha^2\right) G(y, y') = \delta(y - y')$$
(4.11)  
with

$$G(y, 0) = G(y, L) = 0$$
(4.12)

Obviously, G(y, y') possesses poles at  $\alpha = n\pi/L$  (n = 1, 2, 3 ...). This defines the dispersion relation of Poincaré waves

$$\omega^{2} = \omega_{n}^{2}(k) = f^{2} + \frac{1}{\lambda^{2}} \left(k^{2} + \varkappa_{n}^{2}\right), \qquad (4.13)$$

with

$$\varkappa_n = \frac{n\pi}{L}$$

An equivalent representation of (4.8) may be given using the eigenfunctions of the homogeneous problem (4.3)

$$V_n(y) = \left(\frac{2}{L}\right)^{1/2} \sin \varkappa_n y$$

The corresponding eigenvalue condition  $\alpha^2$  $= \kappa_n^2$  is equivalent to (4.13). It follows

$$G(y, y') = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \varkappa_n y \sin \varkappa_n y'}{\lambda^2 \left[\omega^2 - \omega_n^2(k)\right]}$$
(4.14)

Now by (4.8) to (4.10) or by (4.14) the Green's function is completely determined and we may write down the solution of (4.3)

$$V(\omega, k, y) = \frac{i(\omega^2 \lambda^2 - k^2)}{\omega} G * Y$$
  
+  $\lambda^2 f G * X + \frac{k}{\omega} G * X_y$  (4.15)

Here the convolution integrals

$$G * Y = \int_{0}^{L} dy' G(y, y') Y(y')$$
$$G * X = \int_{0}^{L} dy' G(y, y') X(y')$$

(4.9)  

$$G * X_{y} = \int_{0}^{L} dy' \ G(y, y') \ \frac{d}{dy'} \ X(y')$$

(4.10)were introduced.

(4.7)

$$-i\omega U - fV + ikP = X$$
$$ikU + V_{y} - \lambda^{2}i\omega P = 0$$

and obtain with (4.15) the solutions for U

$$U(\omega, k, y) = \frac{i\lambda^2}{\omega^2 \lambda^2 - k^2} [\omega X + f^2 \lambda^2 \omega G * X + kfG * X_y] - \left(f^2 \lambda^2 - \frac{k}{\omega} \frac{\partial}{\partial y}\right) G * Y - \frac{ik}{\omega^2 \lambda^2 - k^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda^2 fG * X + \frac{k}{\omega} G * X_y\right)$$

$$(4.16)$$

 $P(\omega, k, y)$ 

=

$$= \frac{i}{\omega^{2}\lambda^{2} - k^{2}} \left[ kX - \lambda^{2}f\omega \frac{\partial}{\partial y}G * X - k \frac{\partial}{\partial y}G * X - k \frac{\partial}{\partial y}G * X_{y} \right]$$
$$- \left( f \frac{k}{\omega} - \frac{\partial}{\partial y} \right) G * Y$$
$$+ \frac{ikf}{\omega^{2}\lambda^{2} - k^{2}} \left( \lambda^{2}fG * X + \frac{k}{\omega}G * X_{y} \right)$$
(4.17)

The general expressions (4.15), (4.16) and (4.17) are the solution of the forcing problem. The dynamical response in terms of U, V, Pis completly determined by the known Green's function G(y, y') and the external forces X and Y. We discuss some implications of (4.15). to (4.17) concerning the Green's function which is more than a formal auxiliary quantity. With respect to the  $\omega$ -variable (4.15) to (4.17) are closely related to frequency spectra and therefore the singularities of U, V, P or, equivalently, those of G are of importance. From (4.8) and (4.9) it follows, that  $G(\omega, k, y, y')$  possesses poles for  $\omega > f$  at the Poincaré frequencies  $\omega_{k}(k)$  (see (4.13)). Moreover, in this frequency interval the cross

variation of G is governed by trigonometric functions that vary across the whole cross section.

In the subinertial domain  $\omega < f$  G is a smooth function of  $\omega$ . In this frequency range the quantity  $\alpha$  becomes a pure imaginary one, and so the trigonometric functions will be transformed to hyperbolic ones. Thus the possibility of trapped motion with a trapping scale  $R = 1/(f\lambda)$  (Rossby radius of deformation) arises.

According to (4.16) and (4.17) for U and P further poles at  $\omega = \pm k/\lambda$  occur. At this poles the Green's function is composed of hyperbolic functions for all frequencies since  $\alpha$  equals i/R. This offers the possibility of exitation of Kelvin waves. Note that the rightmost terms in (4.16) and (4.17) are in geostrophic balance. Hence these terms correspond to Kelvin wave responses. We may formulate a criterion for the exitation of Kelvin waves; the longshore forcing X must vary with k, or equivalently with the along shore coordinate x. Otherwise, for zero Xor for large scale forcing  $X \sim \delta(k)$  the terms attributed to Kelvin wave responses vanish identically.

#### 5. Response to large scale forcing

We start with an alongshore forcing  $X_m \neq 0$ and  $Y_{m} = 0$ . Let  $X_{m}$  be of the form

$$X_m(t, y) = \hat{X}_m(t) Q(y)$$
. (5.1)

Again we suppress the index m. Note that X(t) is proportional to the friction velocity  $u_{\star}^2/h = \tau^*/(h\varrho_0)$  where  $\tau^x$  being the alongshore windstress and  $g_0$  is the standard density. The cross variation of X is described by Q(y). Fourier transformation of (5.1) leads to

$$X(\omega, k, y) = 2\pi\delta(k) \hat{X}(\omega) Q(y)$$
(5.2)

With (5.2) the expressions (4.15) to (4.17)reduce to

$$U(\omega, k, y) = 2\pi i \delta(k) \frac{\hat{X}}{\omega} (Q + f^2 \lambda^2 G * Q) \quad (5.3)$$

$$V(\omega, k, y) = 2\pi\delta(k) \hat{X}\lambda^2 fG * Q$$
 (5.4)

10 WOLFGANG FENNEL

$$P(\omega, k, y) = -2\pi i\delta(k)\frac{\hat{X}}{\omega}f\frac{\partial}{\partial y}G * Q \qquad (5.5) \quad P(\omega, k, y) = 2\pi i\delta(k)\frac{\hat{X}}{\omega}f$$

Here the property  $\delta(k) F(k) = \delta(k) F(0)$  was used. To estimate the convolution G \* Qexplicitly we can insert (4.6) and find after two integrations by parts

$$\alpha^{2}G * Q = Q - Q(L) G_{y'}(y, L) + Q(0) \times G_{y'}(y, 0) - \int_{0}^{L} dy' G(y, y') Q_{y'y'}$$
(5.6)

where  $G_{yy}(y, y') = G_{y'y'}(y, y')$  was used. Equation (5.6) turns out to be convenient for constant or for linearly varying Q(y), for the last term in (5.6) then vanishes. From (5.6) it can be seen that the convolution G \* Q consists of a term directly proportional to the wind pattern plus coastal rectifications. We note three examples of cross variations of the longshore wind.

First case: Q = 1

$$G * 1 = \frac{1}{\alpha^2} \begin{bmatrix} \cos \alpha \left(\frac{L}{2} - y\right) \\ 1 - \frac{\cos \alpha \left(\frac{L}{2} - y\right)}{\cos \frac{\alpha L}{2}} \end{bmatrix}$$
well coal  
$$= \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin (\varkappa_{2n+1} y)}{\lambda^2 [\omega^2 - \omega_{2n+1}^2(0)] \varkappa_{2n+1}}$$
(5.7)  $G *$   
Then (5.3) to (5.5) give  
$$U(\omega, k, y) = 2\pi i \delta(k) \frac{\hat{X}}{\omega} \times$$
Here

$$\times \left[1 + \frac{f^2 \lambda^2}{\alpha^2} \left(1 - \frac{\cos\left[\frac{\alpha L}{2} \left(1 - \frac{2y}{L}\right)\right]}{\cos\frac{\alpha L}{2}}\right)\right] \quad U(\omega, k, y) = 2\pi \,\mathrm{i}\delta(k) \frac{X}{\omega} \left[\frac{y}{L} \left(1 + \frac{f^2 \lambda^2}{\alpha^2}\right) - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\sin\alpha y}{\sin\alpha L}\right] (5.12)$$

$$V(\omega, k, y) = 2\pi\delta(k) \hat{X} \frac{\lambda^2 f}{\alpha^2} \times \qquad V(\omega, k, y) = 2\pi\delta(k) \hat{X} \frac{\lambda^2 f}{\alpha^2} \left[ \frac{y}{L} - \frac{\sin\alpha y}{\sin\alpha L} \right]$$

$$\times \left\{ 1 - \frac{\cos\left[\frac{\alpha L}{2} \left(1 - \frac{2y}{L}\right)\right]}{\cos\frac{\alpha L}{2}} \right\} \qquad (5.9) \quad P(\omega, k, y) = -2\pi i\delta(k) \frac{\hat{X}}{\omega} f\left[\frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{\cos\alpha y}{\alpha \sin\alpha L}\right]$$

$$(5.14)$$

 $\times \frac{\sin\left[\frac{\alpha L}{2}\left(1-\frac{2y}{L}\right)\right]}{\alpha\cos\frac{\alpha L}{2}}$ (5.10)

×

with

$$\alpha(\omega, k) = \alpha(\omega, 0) = \lambda(\omega^2 - f^2)^{1/2}$$
$$= \frac{1}{R} [(\omega/f)^2 - 1]^{1/2}$$

 $(R = 1/(\lambda f)$  — Rossby radius). For  $f > \omega$  the fields (5.8) to (5.10) possess peaks at the odd Poincaré frequencies

$$\nu_{2n+1}^2(0) = f^2 + \frac{\varkappa_{2n+1}^2}{\lambda^2}$$

In the subinertial range  $f < \omega$ , especially in the low frequency limit  $\omega \rightarrow 0$ , the well known coastal jet solution follows (CHARNEY, 1955). Respecting (2.19) we find from (5.10) upwelling at one and downwelling at the other coast.

Second case: 
$$Q = \frac{y}{L}$$
  
 $G * \frac{y}{L} = \frac{1}{\alpha^2} \left( \frac{y}{L} - \frac{\sin \alpha y}{\sin \alpha L} \right)$   
 $= -\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \varkappa_n y}{\varkappa_n \lambda^2 [\omega^2 - \omega_n^2(0)]}$  (5.11)

ere (5.3) to (5.5) are

For 
$$f < \omega$$
 (5.12) to (5.14) possess peaks at  
all Poincaré frequencies  $\omega_n(0)$ . In the sub-  
inertial range coastal trapped motion occurs  
only at one of the coasts  $y = L$ . From (5.14),  
it follows that to the coastal upwelling term  
the windstress curl in terms of  $(\partial/\partial y) Q = 1/L$   
is added as a further source of vertical mo-  
tion.  $(x = 1)$ 

Third case: 
$$Q = \left(\frac{\pi}{L} - \frac{1}{2}\right)$$
  
 $G * \left(\frac{y}{L} - \frac{1}{2}\right)$   
 $= \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{y}{L} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{\sin \alpha \left(y - \frac{L}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha L}{2}}\right]$   
 $= -\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \varkappa_{2n} y}{\lambda^2 [\omega^2 - \omega^2 (0)] \varkappa_n}$  (5.15)

In this case the dynamical fields follow to be

$$U(\omega, k, y) = 2\pi i\delta(k) \frac{\hat{X}}{\omega} \times \left\{ \left( \frac{y}{L} - \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{f^2 \lambda^2}{\alpha^2} \right) - \frac{\sin \frac{\alpha L}{2} \left( \frac{2y}{L} - 1 \right)}{\sin \frac{\alpha L}{2}} \right\} (5.16)$$

$$V(\omega, k, y) = 2\pi \,\delta(k) \,\hat{X} \, \frac{\lambda^2 f}{\alpha^2} \times \left\{ \frac{y}{L} - \frac{1}{2} - \frac{\sin \left[ \frac{\alpha L}{2} \left( \frac{2y}{L} - 1 \right) \right]}{\sin \frac{\alpha L}{2}} \right\} (5.17)$$

$$P(\omega, k, y) = -2\pi \, i\delta(k) \, \frac{\hat{X}}{\omega} f \times \left\{ \frac{1}{\alpha^2 L} - \frac{\cos \left[ \frac{\alpha L}{2} \left( \frac{2y}{L} - 1 \right) \right]}{2\alpha \sin \frac{\alpha L}{2}} \right\} . (5.18)$$

Inertial response 11

Thus for an alongshore forcing that varies linearly across the channel and changes its direction at y = L/2 only the even Poincaré oscillations  $\omega = \omega_{2n}(0)$  are excited. In the subinertial regime coastal jets with opposite directions appear at both coasts. In (5.18) we recognize the windstress curl as further source of up-or downwelling. Note that in all examples, and also in the general expressions (5.3) to (5.5), in the zero frequency limit U and P are in geostrophic balance.

The above three examples illustrate how slightly different forcing types occupy different parts of the catalogue of possibilities offered by the Green's function (compare (4.15) to (4.17)).

Now we show how the Eulerian spectra at a fixed position (x, y) can be estimated. Since in the responses given above the peaks appear to be poles, we introduce a dissipation mechanism in order to get peaks of finite height. The simplest way is to choose Rayleigh friction and Newtonian cooling with the same relaxation parameter r. Then in all expressions (5.3) to (5.18) the  $\omega$  must be replaced by  $\omega + ir$  with the exception of those  $\omega$  that are the explicit variables of the forcing function  $\hat{X}(\omega)$  (see Appendix A). Then integration of (5.3) to (5.5) with respect to k and multiplication with its complex conjugates yields the Eulerian spectra of every vertical mode m

$$\hat{U}(\omega, y)|^{2} = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} U(\omega, k, y) e^{ikx} \frac{dk}{2\pi} \right|^{2}$$
$$= \frac{|\hat{X}(\omega)|^{2}}{\omega^{2} + r^{2}} |Q + f^{2}\lambda^{2}G * Q|^{2}$$
(5.19)

and analoguously

$$\hat{V}(\omega, y)|^{2} = |\hat{X}|^{2} \lambda^{4} f^{2} |G * Q|^{2}$$
(5.20)

$$|\hat{P}(\omega, y)|^{2} = \frac{|\hat{X}|^{2} f^{2} \left| \frac{\partial}{\partial y} G * Q \right|^{2}}{\omega^{2} + r^{2}}$$
(5.21)

From our examples discussed above we know that G \* Q covers a broad frequency

12 WOLFGANG FENNEL





band from  $\omega = 0$  to  $\omega$  equal several times f. The structure of  $\hat{X}(\omega)$  determines which frequency band appears in the response spectra (5.19) to (5.21). For  $\hat{X}(t) = (U_*^2/h) \times \Theta(t)$  or equivalently  $\hat{X}(\omega) = U_*^2/h \cdot i/\omega$  the amplitude spectra of  $|\hat{U}(\omega)|$  and  $|\hat{V}(\omega)|$  are displayed in Fig. 4 for the first baroclinic mode at y = L/2. Here the following numerical values of the parameters  $\lambda = \lambda_1 = 0.05$  s/cm,  $f = 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , L = 40 km, H = 20 m, h = H/2,  $U_* = 1$  cm/s, and r = 0.01 f have been chosen. Fig. 5 and 6 show how the spectra vary for different values of the cross coordinate y.

The general structure of the spectra is how expected from measurements (see e.g. KIEL-MANN et al. 1973; MÄLKKI 1975; KRAUSS 1981). There is a well developed peak close to but a little bit larger than f. For  $\omega > f$ the spectra oscillate wildly due to the higher Poincaré oscillations. In the subinertial range the spectra are smooth and increasing for small  $\omega$ . Note the influence of the coastal



U-spectrum as in Fig. 4 for different distances from the coast



Fig. 6 Same as Fig. 5 for the V-spectrum

jet in the *u*-spektrum for small distances from the coast.

Clearly, due to the influences of the environment (in our case the y-location) and to the different forcing structure no universal spectra can expected to exist.

Finally we transform the fields U, V and P given by (5.3) to (5.5) back into the x, y, t-region. Using the bilinear expansion of the Greenfunction (4.14) and introducing the Fourier coefficients

$$u_n = \frac{2}{L} \int_0^L Q(y') \sin \varkappa_n y' \, \mathrm{d} y'$$

it follows

$$U(y,t) = \left[ Q(y) + \frac{G * Q}{R^2} \Big|_{\omega=0} \right] \int_0^t \hat{X}(t') dt'$$
  
+  $f^2 \sum_{n=1}^\infty \frac{Q_n \sin \varkappa_n y}{\omega_n(0)} \int_0^t \hat{X}(t') \times$ 

$$\times \cos\left[\omega_n(0) \left(t - t'\right)\right] dt' \qquad (5.23)$$

$$V(y,t) = -f \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_n \sin \varkappa_n y}{\omega_n(0)} \int_0^t \hat{X}(t')$$

 $\times \sin \left[ \omega_n(0) \left( t - t' \right) \right] dt' \tag{5.24}$ 

$$P(y,t) = -f \frac{\partial}{\partial y} G * Q \bigg|_{\omega=0} \cdot \int_{0}^{t} \hat{X}(t') dt'$$
$$- \frac{f}{\lambda^{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \varkappa_{n} \frac{\cos \varkappa_{n} y}{\omega_{n}^{2}(0)} \int_{0}^{t} \hat{X}(t')$$

$$\times \cos\left[\omega_n(0) \left(t - t'\right)\right] dt' \qquad (5.25)$$

Here the principle of causality was used to find a prescription how to go around the poles at  $\omega = 0$  and  $\omega = \omega_n(0) =$ 

$$f^2 + \frac{\kappa_n^2}{\lambda^2} \Big)^{1/2}$$
 (see Appendix A).

The general structure consists of a nonoscillatory semigeostrophic part that varies with the time scale of the forcing, and of Poincaré oscillations. Note that the convolution  $G * Q|_{\omega=0}$  means, that the zero frequency Green's function with  $\alpha = \alpha(0, 0)$  $= i\lambda f$  must be used

$$G(y, y')|_{\omega=0} = \frac{R}{\sinh\left(\frac{L}{R}\right)}$$

(5.22) 
$$\times \left[ \Theta(y - y') \sinh \frac{y'}{R} \sinh \frac{(y - L)}{R} + \Theta(y' - y) \times \sinh \frac{y}{R} \sinh \frac{y' - L}{R} \right]$$

Clearly, it is now a trivial matter to insert examples of X(t) and Q(y) to reproduce the well known results (see for review the book of CSANADY 1981) and, moreover, to discuss further cases of forcing functions.

The complete results are found after performing the vertical mode summation where the expressions (3.6) and (3.7) for a continously stratified fluid (3.20) and (3.21) for a layer model, respectively, can be used.

#### WOLFGANG FENNEL 14

#### 6. Response to a moving front

In the present section we consider a vanishing alongshore wind X = 0 and a cross wind in terms of a moving front

$$\bar{Y}(x, y, t) = \frac{U_*^2}{h} \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) = \bar{Y}\left(t - \frac{x}{c}\right).$$
(6.1)

The wind pattern (6.1) moves with the phase speed c parallel to the channel axis. For  $c \rightarrow \infty$  (6.1) converges to a large scale cross wind which starts to act at t = 0. Fourier transformation of (6.1) yields

$$\bar{Y}(\omega, k) = \int_{x/c}^{\infty} dt \int_{-\infty}^{+\infty} dx \ e^{i\omega t - ikx} \ \bar{Y}\left(t - \frac{x}{c}\right)$$
$$= \frac{2\pi \ i}{\omega} \frac{U_*^2}{h}.$$
(6.2)

With (6.2) from our general solutions (4.15)to (4.17) follow

$$U(\omega, k, y) = \overline{Y}(\omega, k) \left( -\lambda^2 f + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial y} \right) G * 1$$
(6.3)
$$V(\omega, k, y) = \overline{Y}(\omega, k) i\omega\lambda^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{c^2\lambda^2} \right) G * 1$$
(6.4)

$$P(\omega, k, y) = \bar{Y}(\omega, k) \left( -\frac{f}{c} + \frac{\partial}{\partial y} \right) G * 1 .$$
 (6.5)

Here the relation  $F(k) \,\delta(k - \omega/c) = F(\omega/c)$  $\times \delta(k - \omega/c)$  was used. The convolution G \* 1 is given by

$$G * 1 = \int_{0}^{L} dy' G(y, y')$$

$$U(x, y, t) = \frac{U_{*}^{2}}{h} \begin{cases} \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \frac{1}{f} \left(1 - \frac{\cosh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right) + \frac{L}{c\lambda}\sinh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)}{\cosh\frac{L}{2R}}\right) \\ + \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cos\varkappa_{2n+1}y}{c\lambda^{2}} - \frac{f\sin\varkappa_{2n+1}y}{\varkappa_{2n+1}}\right) \frac{\cos\left[\frac{\omega_{2n+1}(0)}{y}\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]}{\omega_{2n+1}^{2}(0)} \end{cases}$$

From (5.7) follows, that

$$G * 1 = \frac{1}{\alpha^2} \left\{ 1 - \frac{\cos\left[\frac{\alpha L}{2}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)\right]}{\cos\frac{\alpha L}{2}} \right\}$$
$$= \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \varkappa_{2n+1} y}{\lambda^2 \varkappa_{2n+1} [\omega^2 \gamma^2 - \omega_{2n+1}^2(0)]}$$
(6)

.6)

(6.7)

with  $\gamma^2 = 1 - 1/(c^2 \lambda^2)$  and  $\alpha^2 = \lambda^2 (\omega^2 \gamma^2 - f^2)$  $= \alpha^2(\omega, \omega/c)$ . Note that the only difference of (5.7) and (6.6) is the appearance of the factor  $\gamma^2$ , which compares the phase velocity c of the wind pattern with the phase speed  $1/\lambda$ ( $\lambda$  being a vertical eigenvalue, see section 3). For  $\gamma^2 < 0$ , or  $c^2 < 1/\lambda^2$ , G \* 1 is coastally trapped for all frequencies  $\omega$  since  $\alpha$  is then imaginary. For  $\gamma^2 > 0$ , or  $c^2 > 1/\lambda^2$ , G \* 1 is coastally trapped in the subinertial frequency range  $\omega < f/\gamma$ , whereas for  $\omega > f/\gamma$  G \* 1varies over the whole cross section and possesses poles at the enhanced odd Poincaré frequencies  $\omega_{2n+1}(0)/\gamma$ . Thus the response pattern changes drastically if  $\gamma^2$  changes its sign.

The Eulerian spectra of (6.3) to (6.5) can easily be obtained by k-integration. Only for positive  $\gamma^2$  peaks appear at the odd Poincaré frequencies  $\omega_{2n+1}(0)$  enhanced by the factor  $1/\gamma$ . In the subinertial range, and moreover for negative  $\gamma^2$  the frequency spectra are smooth.

Now we transform the solutions (6.3) to (6.5) with (6.6) into the physical space. Using cording replace with causality. Then only in the lower half plane of the complex frequency plane poles

by  $\omega + i\varepsilon (\varepsilon \rightarrow +0)$  in order to be consistent occur and we find from the residue theorem (see Appendix A).

$$(x, y, t) = \frac{U_*^2}{h} \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma \sin \varkappa_{2n+1} y}{\varkappa_{2n+1} \omega_{2n+1}(0)} \sin\left[\frac{\omega_{2n+1}(0)}{\gamma} \left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$
(6.8)

$$P(x, y, t) = \frac{U_*^2}{h} \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \left\{ 1 - \frac{\sinh\left[\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)\right] + \frac{1}{c\lambda}\cosh\left[\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)\right]}{\lambda f \cosh \frac{L}{2R}} + \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \varkappa_{2n+1}y - \frac{f \sin \varkappa_{2n+1}y}{c\varkappa_{2n+1}}\right) \frac{\cos\left[\frac{\omega_{2n+1}(0)\left(t - \frac{x}{c}\right)}{\gamma}\right]}{\lambda^2 \omega_{2n+1}^2(0)} \right\}.$$
(6.9)

The response governed by (6.7) to (6.9) propagates with the phase speed c of the wind pattern and vanishes ahead of the frontal edge at x = ct. For  $c \to \infty$  the response to a large scale Y-forcing follows analogously to the large scale alongshore forcing X as discussed in the previous section. For finite c (and  $\gamma^2 > 0$ ) in (6.7) and (6.9) additional terms of the order of 1/c occur, which are in geostrophic balance.

Now we consider the case  $\gamma^2 < 0$  where the phase of the response moves faster than the phase of the forcing. Then in the denominator of (6.6) there are two complex zeros at  $\omega = \pm (i\omega_{2n+1}(0))/|\gamma|$ .

The  $\omega$  in  $\overline{Y}(\omega, \dot{k})$ , compare (6.2) must be replaced by  $\omega + i\epsilon$ . Then the inverse Fourier transformation of (6.3) to (6.5) with (6.6) yields finite contributions for x > ct and x < ct since poles in the upper and lower half plane of the complex  $\omega$  plane exist. The results are

$$\begin{aligned} (x, y, t) &= \frac{U_{*}^{2}}{h} \left\{ \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \frac{1}{f} \left[ 1 - \frac{\cosh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right) + \frac{L}{c\lambda}\sinh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)}{\cosh\frac{L}{2R}} \right] \\ &+ \operatorname{sgn}\left(t - \frac{x}{c}\right) \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -f \cdot \frac{\sin\varkappa_{2n+1}y}{\varkappa_{2n+1}} + \frac{\cos\varkappa_{2n+1}y}{c\lambda^{2}} \right) \frac{e^{-\frac{\omega_{2n+1}(0)}{|y|}|t - \frac{x}{c}|}}{\omega_{2n+1}^{2}(0)} \right\} \end{aligned}$$

(6.10)

$$V(x, y, t) = -\frac{U_*^2}{h} \frac{4}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\gamma| \sin \varkappa_{2n+1} y}{\varkappa_{2n+1} \omega_{2n+1}^2} e^{-\frac{\omega_{2n+1}(0)}{|\gamma|} t - \frac{x}{c}}$$
(6.11)

$$P(\mathbf{x}, y, t) = \frac{U_{*}^{2}}{h} \left\{ \Theta\left(t - \frac{x}{c}\right) \cdot R\left[\frac{1}{c\lambda} - \frac{\sinh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{R}\right) + \frac{1}{c\lambda}\cosh\frac{L}{2R}\left(1 - \frac{2y}{L}\right)}{\cosh\frac{L}{2R}}\right] - \operatorname{sgn}\left(t - \frac{x}{c}\right) \cdot \frac{2}{L}\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{f}{c}\frac{\sin\varkappa_{2n+1}y}{\varkappa_{2n+1}} - \cos\varkappa_{2n+1}y\right) \frac{e^{-\frac{\omega_{2n+1}(0)}{|y|}}{\lambda^{2}\omega_{2n+1}^{2}(0)}}{\left(\frac{1}{2}\right)} \right\}$$
(6.12)

where

$$\operatorname{sgn} x = 2\Theta(x) - 1 = \begin{cases} 1 & \text{for } x > 0\\ -1 & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

As can be seen from (6.10) to (6.12) in the case of a slowly moving front the response propagates ahead of the frontal edge.

The non-oscillatory part is the same in both cases (6.7) to (6.9) and (6.10) to (6.12) while the nature of the adaption processes depends crucially on the sign of  $\gamma^2$ . Whereas for a fast moving front ( $\gamma^2 > 0$ ) the adaption of the response to the semigeostrophic regime is governed by Poincaré oscillations, it follows for a slowly moving front an adaption process governed by a wave like pattern similar to a Kelvin wave.

Clearly, the complete result follows after summation over the corresponding vertical modes (see section 3). Here it may happen for instance that  $c^2 < 1/\lambda_0^2$  and  $c^2 > 1/\lambda_1^2$ . Then the barotropic mode response with (6.10) to (6.12) while the baroclinic mode, or modes, react with (6.7) to (6.9).

#### 7. Summary and conclusions

In the previous section it has been shown how a general theory of the forcing problem for a channel model can be obtained on the basis of a Green's function concept. If the Green's function of one of the dynamical fields, e.g. the cross current, is known the complete response can be expressed in terms of the Green's function and the external forces.

To illustrate the general result (4.15) to (4.17) some examples of external forces were

discussed in sections 5 and 6. Clearly the special cases already known in the literature (e.g. CHARNEY 1955, CREPON 1969, KRAUSS 1979, FENNEL 1982) may be derived easily from our general expressions.

Since we used one sided Fourier transformation regarding the time variable our transformed expression correspond directly to Eulerian frequency spectra.

Obviously the Green's function concept applies also for other models which are formulated on the basis of the linear Boussinesq equations. One example is the model of an infinite ocean bounded by one coast which was discussed recently in various papers (e.g. CREPON and RICHEZ 1982, KUNDU, CHAO and MC CREARY 1983, RICHEZ, PHILAN-DER and CREPON 1984). In appendix B we shortly discuss the corresponding Green's function and the general solution which are obtained from (4.14) and (4.15) to (4.17) by taking the limit  $L \rightarrow \infty$ . Although the results will be the same as in the mentioned papers it seems that the Green's function concept is a more general approach.

#### Appendix A

In the text singular Fourier integrals of the type

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega} \text{ and } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{e^{-i\omega t}}{\omega^2 - \omega_n^2}$$

have been considered, where the integrals have poles on the integration path. Since there are different possibilities to go around them these integrals are not defined in an unique sense without further specification how to go around the poles.

The physically correct values of those integrals must be in accordance with the principle of causality. These cases can be obtained by shifting the poles in the lower half plane of the complex  $\omega$ -plane. That means, we replace in the denominator of the integrals the  $\omega$ by  $\omega + i\varepsilon$ , where  $\varepsilon$  is a positive infinitesimal. Then for t > 0, according to Jordan's Lemma we can complete the integration path by a large semicircle in the lower half plane and apply the residue theorem. For t < 0 we can complete the contour in the upper half plane where no poles exist and the integrals vanish.

We note some examples:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{ie^{-i\omega t}}{\omega + i\varepsilon} = \Theta(t) ,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{\omega_n e^{-i\omega t}}{\omega_n^2 - (\omega + i\varepsilon)^2} = \Theta(t) \sin \omega_n t ,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{(-1)e^{-i\omega t}}{(\omega + i\varepsilon)^2} = t \Theta(t) ,$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \frac{i\omega e^{-i\omega t}}{(\omega + i\varepsilon)^2 - \omega_n^2} = \Theta(t) \cos \omega_n t$$

Thus in all singular Fourier integrals we dealt with in the text we have to replace the  $\omega$ 's in the denominators by  $\omega + i\varepsilon(\varepsilon \rightarrow + 0)$  in order to find the physically correct results.

Since causality and dissipation are intimately connected it follows, that in a theory with damping the singularities of the Green's function are automatically shifted into the lower half plane of the complex  $\omega$ plane. To illustrate this we choose a dissipation mechanism governed by Rayleigh friction and Newtonian cooling with the same relaxation time  $r^{-1}$ , just for simplicity. Then the vertical problem is not affected and the horizontal set (2.16) to (2.18) becomes

 $U_t + rU - fV + P_x = X$   $V_t + rV + fU + P_y = Y$  $U_x + V_y + \lambda^2(P_t + rP) = 0$ 

One sided Fourier transformation with respect to t and Fourier transformation concerning x yields

 $-i(\omega + ir) U - fV + ikP = X$  $-i(\omega + ir) V + fU + P_y = Y$  $ikU + V_y - i(\omega + ir) P = 0$  Obviously, the only modification in our general solution (4.14) to (4.17) is to replace  $\omega$  by  $\omega + ir$ , with the only exception of those  $\omega$  that are the explicit variables of X and Y. If poles of the Fourier transformed external forces  $X(\omega)$  and  $Y(\omega)$  on the real  $\omega$ -axis occur we have to replace those  $\omega$ 's by  $\omega + i\varepsilon$  as discussed above.

## Appendix **B**

The general solution of the forcing problem for an infinite ocean with one coast at y = 0 follows from (4.14) and (4.15) to (4.17) in the limit  $L \to \infty$ . Replacing the sum in (4.14) by an integral over the continuous wavenumber  $\varkappa$  we have

$$G(y, y') = \lim_{L \to \infty} \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \varkappa_n y \sin \varkappa_n y'}{\alpha^2 - \varkappa_n^2}$$
  

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} d\varkappa \frac{\sin \varkappa y \sin \varkappa y'}{\alpha^2 - \varkappa^2}$$
  

$$G(y, y') = \Theta(y - y') \left[ -\frac{\Theta(\alpha^2)}{\alpha} \cdot \sin \alpha y' e^{i\alpha y} - \frac{\Theta(-\alpha^2)}{|\alpha|} \sinh |\alpha| y' e^{-|\alpha| y} \right]$$
  

$$+ \Theta(y' - y) \left[ -\frac{\Theta(\alpha^2)}{\alpha} \sin \alpha y e^{i\alpha y'} - \frac{\Theta(-\alpha^2)}{|\alpha|} \sinh |\alpha| y e^{-|\alpha| y'} \right]$$
  
(B 1)

This is the solution of the Green's function equation (4.6) with the boundary conditions G(0, y') = 0 and  $G(\infty, y')$  finite. The expression (B 1) allows trapped motion in the subinertial range and inertial waves for  $\omega \approx f$ . If we choose the condition  $G(\infty, y') \to 0$  the Green's function is given by

$$G(y, y') = -\frac{\Theta(f - \omega)}{|\alpha|} \left[\Theta(y - y') e^{-|\alpha|y} \sinh |\alpha| y' + \Theta(y' - y) e^{-|\alpha|y'} \sinh |\alpha| y\right]$$

with  $|\alpha| = [\lambda^2(f^2 - \omega^2) + k^2]^{1/2}$ . Thus this choice of the boundary condition for  $y \to \infty$  filters out the inertial waves.

To illustrate the technique we choose analogous to RICHEZ, PHILANDER and CREPON (1984) a forcing Y = 0 and X = X(t) Q(y) with  $Q(y) = \Theta(l - y)$ . Then with (B 1) the convolution integral

$$G * Q = \int_{0}^{\infty} dy' G(y, y') \Theta(l - y') = \frac{\Theta(l - y)}{\alpha^{2}} + \frac{\Theta(\alpha^{2})}{\alpha^{2}}$$
$$\times \left[ e^{i\alpha y} + e^{i\alpha(y+l)} + \operatorname{sgn}(y - l) \cdot e^{i\alpha(y-l)} \right]$$
$$+ \frac{\Theta(-\alpha^{2})}{\alpha^{2}} \left[ \frac{1}{2} e^{-|\alpha|(y+l)} + \operatorname{sgn}(y - l) \right]$$
$$\times \frac{1}{2} e^{-|\alpha||y-l|} - e^{-|\alpha|y}$$

determines completely the response governed by

$$U(\omega, k, y) = 2\pi i \delta(k) \frac{\hat{X}(\omega)}{\omega} \left(Q + \lambda^2 f^2 G * Q\right)$$

$$V(\omega, k, y) = 2\pi\delta(k) \hat{X}(\omega) \lambda^2 fG * Q$$
(B 3)

(B2)

$$P(\omega, k, y) = -2\pi i \delta(k) \frac{\hat{X}(\omega)}{\omega} f \frac{\partial}{\partial y} G * Q .$$
 (B 4)

Again we can easily give the explicit Eulerian frequency spectra for any y. The inverse Fourier transformation of (B 2) to (B 4) yields two kinds of contributions.

First subinertial terms which result from the poles at  $\omega = 0$  and which are trapped at the coast and at the edge of the wind system at y = l. Moreover the contributions of the branchpoints yield inertial waves that radiate away from the forcing area. The evaluation of such integrals was discussed by VERONIS (1956).

Although the explicit solutions are the same as in the papers mentioned in section 7 the Green's function approach seems to be more general.

#### References

- CHARNEY, J. G.: The generation of ocean currents by winds. — Journal of Marine Research 14 (1955), 477—498.
- CREPON, M.: Hydrodynamique marine en regime impulsionel. — Cahiers Oceanographiques 21 (1969), 333—353.

- CREPON, M.; RICHEZ, C. R.: Transient upwelling generated by two-dimensional atmospheric forcing and variability in the coastline. — Journal of Physical Oceanography **12** (1982), 1437—1457.
- CSANADY, G. T.: The coastal jet conceptual model in the dynamics of shallow seas. — In: The Sea Vol. 6, New York John Wiley 1977.
- CSANADY, G. T.: Circulation in the coastal ocean. Dordrecht: Reidel Publishing Company 1982.
- FENNEL, W.: Wave theory of the inertial peak of current spectra in the Baltic Sea. — Proceedings of the XIII Conference of Baltic Oceanographers, Helsinki (1982), 265—289.
- KIELMANN, J.; KRAUS, W.; KEUNECKE, K.-H.: Currents and stratification in the Belt sea and the Arkona basin during 1962–1968. Kieler Meeresforschungen 29 (1973), 90–111.
- KRAUSS, W.: Intertial waves in an infinite channel of rectangular cross section. — Deutsche hydrographische Zeitschrift 32 (1979), 248—266.
- KRAUSS, W.: The erosion of a thermocline. Journal of Physical Oceanography 11 (1981), 415—433.
  KUNDU, P. K.; CHAO, S. Y.; MCCREARY, J. P.: Transport of the structure of the
- sient coastal current and inertio-gravity waves. Deep See Research **30** (1983), 1054–1082.
- MÄLKKI, P.: On the variability of currents in a coastal region of the Baltic Sea. — Merentutkimusleit. Julk. Harsforskningsinst. Skr. No. 240 (1975), 3 bis 56.
- RICHEZ, C.; PHILANDER, G.; CREPON, M.: Oceanic response to coastal winds with shear. — Oceanologica Acta 7 (1984), 409—416.
- VERONIS, G.: Partition of energy between geostrophic and non-geostrophic oceanic motion. — Deep Sea Research 3 (1956), 157—177.

#### Address of the author:

Dr. sc. nat. WOLFGANG FENNEL Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Meereskunde DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestr. 15

Final version of the paper: 15 October 1984 Accepted: 31 January 1985 Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 19-31, Berlin 1986

EBERHARD HAGEN, RUDOLF SCHEMAINDA, NORBERT MICHELCHEN, WOLFGANG ZAHN, GERHARD WOLF, DIETWART NEHRING UND ULRICH BRENNING

## Quasistationäre Strukturen im Wasserauftrieb vor Mauretanien im März/April 1983

Mit 15 Abbildungen und 2 Tabellen

Zusammenfassung: Es wird eine Übersicht gegeben über ozeanologische Meßergebnisse und ihre Interpretation aus dem Gebiet mit küstennahem Wasserauftrieb vor der Küste Mauretaniens im März/April 1983. Die räumlichen Strukturen des quasistationären Strom- und Massenfeldes sowie der resultierenden chemischen und biologischen Feldverteilungen werden in Schelfkantennähe entscheidend durch die Wirkung des Schelfprofils auf den barotropen meridionalen Druckgradienten festgelegt, der hauptsächlich durch die inversbarometrische Reaktion der Wasseroberfläche auf die Luftdruckunterschiede erzeugt wird.

Abstract: An overview is presented on the oceanographic conditions in the area of coastal upwelling off Mauritania in March/April 1983. The results show that the spatial structures of the quasi stationary current and mass fields and also of the chemical and biological field distributions are essentially determined by the action of the shelf profile on the barotropic meridional pressure gradient produced mainly by the inverse barometric reaction of the sea surface level by atmospheric pressure differences.

Резюме: Обзор был дан о океанографических измерниях и их интерпретациях в области прибежного апвеллинга перед берегом Мавритании во время марта/апрелья 1983 г. Постранственные структуры квазистатионарного поля течения и массы и также химического и биологического распределения опредеяются существенно взаимодействием между шельфом и баротропическом градментом меридионального давления каторый в основном вызывается инверсбарометрической реакцией поверхности моря на различия давления атмосферы.

## 1. Einleitung

Mit dem Forschungsschiff "A. v. Humboldt" des Instituts für Meereskunde der Akademie der Wissenschaften der DDR wurden vom 16. März bis 16. April 1983 ozeanologische Messungen im Wasserauftriebsgebiet vor Mauretanien durchgeführt.

Das Ziel dieser Untersuchungen war der Nachweis von lokal intensivierten Auftriebszellen in der Schelfkantenzone, deren Position lokal fixiert ist.

Dementsprechend wurde vorausgesetzt, daß die ortsgebundene Auftriebsdynamik nur unwesentlich durch das Zeitverhalten der anregenden meteorologischen Felder modifiziert wird. Durch das "Einschiffprogramm" ist die Synopsis der Meßergebnisse nicht gewährleistet und Aliasing-Fehler können prinzipiell nicht ausgeschlossen werden. Aus der bekannten Reaktionszeit des Zooplanktons von etwa drei bis fünf Wochen auf lokale Nährstoffeinträge kann jedoch mit einiger Wahrscheinlichkeit auf quasistationäre Auftriebszellen geschlossen werden, wenn das ozeanographische Milieu, die Nährstoffanreicherungen und die Konzentration der Zooplanktonbiomasse örtliche Aktionszentren des Auftriebs durch analoge Verteilungsmuster ausweisen.

Die Untersuchungen waren Bestandteil eines Forschungsprogramms, an dem auch Schiffe des Instituts für Hochseefischerei und Fischverarbeitung in Rostock-Marienehe, des VEB Fischfang und des Centre National de Recherches Oceanographiques et des Pêches in Nouadhibou teilnahmen. Das Anliegen der gemeinschaftlichen Untersuchungen war die weitere Erforschung der Beziehungen zwischen den abiotischen und biotischen Umweltbedingungen und der Fischverteilung.

Das ozeanologische Meßprogramm umfaßte als Beitrag zum Gesamtprogramm 14 äquidistante Zonalschnitte, die zwischen  $16^{\circ}10'$ N und  $20^{\circ}30'$ N lagen (Abb. 1). Im

interest in the second



#### Abb. 1

Übersichtskarte der ozeanologischen Meßstationen im Untersuchungsgebiet vor Mauretanien (Die römischen Ziffern kennzeichnen die Zonalschnitte; die arabischen Zahlen bezeichnen die Stationsnummern.)

Bereich der Schelfkante betrug der Stationsabstand 10 km und wurde seewärts auf 20 km und 40 km vergrößert. Die maximale Meßtiefe war 600 m.

#### 2. Meßergebnisse

Ein Vergleich der aktuellen meteorologischen und ozeanologischen Meßergebnisse mit den klimatologischen Mittelwerten ergab Abweichungen, die auf eine anomale Situation hindeuten. So lag der Luftdruck in Nouadhibou und in Nouakchott um 1,0 bis 1,6 hPa unter dem klimatologischen Mittelwert.

Wegen der relativ geringen Luftdruckgegensätze zwischen dem Azorenhoch im Norden und dem tropischen Tiefdruckgürtel im Süden wurden im Nordostpassat um 1 bis 2 Beaufort zu schwache Windstärken gemessen (Abb. 2), so daß der ablandige EKMAN-Transport nicht dem jahreszeitlichen Erwartungswert entsprach. Die Wassertemperaturen an der Oberfläche lagen daher in den Gebieten mit einer Küstenentfernung über 100 km um 1 K bis 2 K über dem Erwartungswert. In dieser küstenfernen Region befand sich die thermi-

#### Tabelle 1

Mittlere Tiefe (m) der 15°-C-Isotherme zwischen der Küste und 18° W auf drei ausgewählten Positionen nach Werten von MEINCKE u. a. (1975), SCHEMAINDA u. a. (1975), MITTELSTAEDT (1980) im Vergleich mit den aktuellen Werten für März/April 1983

z (m) 15 °C	II/1972	III/1973	II/1977	III, IV/1983
Con Blanc	125	100	150	200
Novakchott	50	75	65	100
Saint Louis	_	50	_	100



## Windvektoren

sche Sprungschicht 30 m bis 50 m tiefer als erwartet (Tab. 1). Die Windmischungstiefe erreichte mit 50 m vor der Schelfkante doppelt so große Tiefen wie über dem Schelf (Abb. 3). Der Salzgehalt an der Oberfläche lag um  $0,1 \cdot 10^{-3}$  bis  $0,15 \cdot 10^{-3}$  über dem langjährigen Mittelwert, während die Phosphat- und Nitratkonzentrationen (Abb. 4) nur halb so groß waren wie bei früheren Untersuchungen zur gleichen Jahreszeit (SCHEMAINDA, NEH-RING, SCHULZ, 1975). Diese ozeanologischen Anomalien deuten auf eine relativ geringe

Intensität der Auftriebsprozesse in der küstenfernen Region des Untersuchungsgebietes hin. Im Gegensatz dazu zeigten die ozeanologischen Bedingungen über dem Schelf keine anomalen Temperatur- und Nährstoffwerte an der Meeresoberfläche. Die Zone der küstennahen Strömungsdivergenz wurde hier annähernd durch den Verlauf der 19 °C-Isotherme



#### Abb. 3

Tiefe der Windmischungsschicht H<sub>Mix</sub> (m) nach einer empirischen Beziehung zwischen der lokalen Windgeschwindigkeit und der Eindringtiefe von Farbstoffen nach FENNEL u. a. (1983) für Felder von 20 Bogenminuten





Abb. 4a

Abb. 4b











Abb. 4e Abb. 4

Abb. 4f

Horizontalverteilungen ausgewählter ozeanologisch-chemischer Parameter an der Meeresoberfläche

#### Tabelle 2

Zonal gemitteltes Trockengewicht der Zooplanktonbiomasse (mg m<sup>-3</sup>) aus verschiedenen Tiefenbereichen auf den 14 Zonalschnitten

(Die Extremwerte stehen in Klammern; die regionale Untergliederung in ein Nordgebiet (N), Mittelgebiet (M) und Südgebiet (S) entspricht den Angaben zur Abb. 11.)

Region	Schnitt	0—30 m	30—200 m	0—200 m
N	I	130 (18-498)	39 (1-72)	53
	III	(106) 98 (25–170)	$\overline{(28)}$ 15 (11-24)	(40) 27
	v	89 (7-132)	31 (7-61)	40
M	VII	87 (59-155)	24 (4-58)	34
	IX	$\overline{(92)}$ 32 (2- 60)	$\overline{(23)}$ 10 (4-23)	(34) 13
	XI	115 (9-281)	20 (8-35)	34
	XIII	110 (67-162)	25 (2-66)	38
	XV	115 (24-287)	37 (20-79)	49
S	XVII	104 (9-208)	13 (4-25)	27
	XIX	73 (24-201)	29 (11-64)	36
	XXI	$\overline{(133)}$ 114 (41–226)	(29) 28 (14-56)	(95) 41
	XXIII	164 (44-311)	29 (6-84)	49
	XXV	176 (85-282)	38 (12-90)	59
sever y	XXVII	167 (25-490)	35 (10-81)	55
allowing on	and the server	112	27	40

Abb. 4c



#### Abb. 5

Trockengewicht der Zooplanktonbiomasse aus der Schicht zwischen der Meeresoberfläche (0 m) und 30 m Tiefe.

gegen den offenen Atlantik abgegrenzt (Abb. 4a). Diese Isotherme folgte im wesentlichen der Schelfkante.

An der Meeresoberfläche wurden die größten Nährstoffkonzentrationen und niedrigsten Sauerstoffkonzentrationen im küstennahen Kaltwassergürtel beobachtet, der sich etwa über die Hälfte der Schelfbreite erstreckte, vgl. Abb. 4d mit Abb. 4e, f. Hier zeigt die Verteilung der Zooplanktonbiomasse aus der Schicht von der Oberfläche bis 30 m Tiefe in Abb. 5 hohe Werte des Trockengewichtes. Weiterhin werden lokale Konzentrationen in größeren Entfernungen von der Schelfkante ausgewiesen, die auf wirbelartige Verteilungsmuster hinweisen.

Die Copepodenart *Calanoides carinatus* war regional unterschiedlich vertreten. Diese Art reagiert deutlich auf das Mischungsverhältnis von Nordatlantischem Zentralwasser mit Südatlantischem Zentralwasser. Sie besie-



Abb. 6

Tiefenlage (m) der Dichtefläche  $\sigma_t = 26,65$  im Vergleich mit den prozentualen Anteilen von Südatlantischem Zentralwasser (SACW).

(SACW > 70% ist rechtsschraffiert; SACW < 30% ist linksschraffiert; NACW kennzeichnet das Nordatlantische Zentralwasser) delte vorrangig Gebiete, in denen der Anteil des Südatlantischen Zentralwassers über 70% lag (Abb. 6).

Die zonal über den ganzen Schnitt gemittelte Zooplanktonbiomasse aus der Tiefenschicht von 30 m bis 200 m variierte kaum in meridionaler Richtung, vgl. Tab. 2. Ihre Konzentration erreichte im Mittel nur Beträge, die  $1/_5$ der Deckschichtwerte entsprachen. Im Gegensatz dazu zeigt Tab. 2 für die entsprechenden Mittelwerte aus der 30 m-Deckschicht meridional begrenzte Gebiete erhöhter Zooplanktonbiomasse.

## 3. Wassermassen- und Stromfeldstruktur

Das Südatlantische Zentralwasser stellte den größten Anteil des Auftriebswassers. Über

dem Schelf waren es mehr als 90%. Dieses Wasser wird durch einen nach Norden setzenden Unterstrom in Tiefen zwischen 100 m und 500 m nach Norden verfrachtet (Abb. 7). Auf der Breite von 16° 10' N zeichnete sich der Unterstrom in Tiefen zwischen 100 m und 200 m durch zwei horizontal getrennte Zweige mit erhöhter Anreicherung von Südatlantischem Zentralwasser ab (Abb. ¿). Beide stiegen auf ihrem Weg nach Norden in flachere Wasserschichten auf. Dabei schwenkte der küstenfernere Zweig nach Nordwesten, während der küstennahe Zweig den Auftriebsunterstrom bildete, der in Tiefen von 100 m bis 150 m vor der Schelfkante beobachtet wurde. Bis 17°10' N entsprachen die Temperatur-Salzgehalts-Relationen des Auftriebsunterstromes denen des Nordäquatorialen



#### Abb. 7

Prozentuale Anteile des Südatlantischen Zentralwassers (SACW) zwischen der Isopykne von  $\sigma_t = 26,4$  und dem Boden entlang der 80-m-Isobathe und zwischen den Isopyknen von  $\sigma_t = 26,5$  und  $\sigma_t = 27,1$  entlang der 1000-m-Isobathe

(SACW) > 70% ist rechtsschraffiert; SACW < 30% ist linksschraffiert; die Lage topographisch bedingter "Wirbelfronten" ist durch einen gepunkteten Linienzug markiert.)

Unterstromes (Abb. 9, HAGEN und SCHE-MAINDA, 1984).

In das nach Norden vordringende Südatlantische Zentralwasser schob sich keilförmig Nordatlantisches Zentralwasser ein. Beide Wassermassen wurden zwischen  $20^{\circ}10'$  N und  $20^{\circ}30'$  N durch eine Front getrennt, die bis in 250 m Tiefe nahezu senkrecht verlief.









Abb. 8

Prozentualer Anteil von Südatlantischem Zentralwasser (SACW) zwischen den Isopyknen von  $\sigma_t$ = 26,5 und  $\sigma_t$  = 27,1 auf drei ausgewählten Zonalschnitten. (Die obere Skala beschreibt die Distanz von der Küste; SACW > 70% ist rechtsschraffiert; SACW < 30% ist linksschraffiert.)



Charakteristische Temperatur-Salzgehalts-Beziehungen für das Nordatlantische Zentralwasser (NACW) und für das Südatlantische Zentralwasser (SACW) im östlichen Atlantik nach Definitionen von:

- (1) und (2) SVERDRUP u. a. (1952) (3) WILLENBRINK (1982)
  - (4) HAGEN und SCHEMAINDA (1984)
  - (5) TOMCZAK und HUGHES (1980)
- ((4) kennzeichnet die SACW-Eigenschaften im Kern des Nordäquatorialen Unterstromes).

Ihre Lage wurde offensichtlich durch die topographischen Einflüsse der Banc d'Arguin festgelegt (FRAGA 1974).

## 4. Einfluß der Bodentopographie

Das Untersuchungsgebiet wird durch die Gradienten der Bodentopographie meridional in drei Regionen unterteilt (Abb. 10). Die Nordregion erstreckt sich von  $19^{\circ} 50'$  N bis  $20^{\circ} 30'$  N. Unter dem Einfluß der Banc d'Arguin ist diese Region durch eine kräftige Abnahme der Wassertiefe von Süden nach Norden gekennzeichnet. In der Mittelregion zwischen  $18^{\circ}$  N und  $19^{\circ} 30'$  N ist die Tiefenabnahme relativ gering. Die Südregion liegt zwischen  $16^{\circ} 10'$  N und  $17^{\circ} 50'$  N und ist durch eine Zunahme der Wassertiefe von Süden nach Norden gekennzeichnet. Diese meridionale Dreiteilung wird durch die Schelf-



#### Abb. 10

Gradienten der Wassertiefe vom Süden nach Norden  $H_y$  für Felder von 20 Bogenminuten (Die Gebiete mit abnehmender Wassertiefe nach

Norden wurden schraffiert.)

kante in einen küstennahen und in einen küstenfernen Bereich untergliedert. Die topographische Untergliederung spiegelte sich in den regionalen Eigenschaften der Temperatur-Salzgehalts-Beziehungen wider. Der Einfluß des Südatlantischen Zentralwassers nahm im Untersuchungsgebiet von Südosten nach Nordwesten ab (Abb. 11).

Die zonalen Gradienten der Bodentopographie weisen drei Gebiete mit besonders steilem Schelfabfall aus, die etwa auf 17° 10' N, 19° N und 19° 50' N liegen (Abb. 12). Hier wurden niedrige Temperaturen, niedrige Sauerstoffkonzentrationen und hohe Phosphat- und Nitratkonzentrationen an der Oberfläche beobachtet. Dadurch wurden diese Gebiete indirekt als Zentren intensiver Auftriebsprozesse identifiziert.

## 5. Schlußfolgerungen

Die Überprüfung der linearen Vorticity-Balance ergab, daß die Wirkung des zonalen Gradienten der Bodentopographie auf die küstenparallelen barotropen Druckgradienten für die Herausbildung mesomaßstäblicher Auftriebszentren von entscheidender Bedeutung waren. Der barotrope Anteil des küstenparallelen Druckgradienten wird wesentlich durch den inversbarometrischen Effekt der Meeresoberfläche als Reaktion auf die Luftdruckverteilung geprägt. Die beobachtete Luftdruckverteilung hatte die Struktur einer stehenden Welle mit einer meridionalen Wellenlänge von etwa 200 km (Abb. 13). Das Zeitverhalten dieses Wellenmusters bleibt eine offene Frage.

Die vertikale Schichtung zwischen Oberfläche und 600 m dämpfte den topographischen Einfluß auf die Strukturen des Stromfeldes im Schelfkantenbereich nur unwesentlich (Abb. 14). Die Gebiete mit bevorzugter Wirbelbildung waren entlang der Schelfkante angeordnet. Der Drehsinn der Wirbel alternierte. In den Gebieten mit besonders steilem Schelfabfall dominierten zyklonale Wirbel mit aufwärts gerichteter Vertikalgeschwindigkeit (HAGEN, 1977). Diese Gebiete zeichneten



Quasistationäre Strukturen im Wasserauftrieb vor Mauretanien 29



#### Abb. 11

Temperatur-Salzgehalts-Beziehungen mit ausgewählten Isopyknen in  $\sigma_t$ -Einheiten für das topographisch unter-/ teilte Untersuchungsgebiet in eine Nordregion (N) von 19° 50′ N bis 20° 30′ N, Mittelregion (M) von 18° 10′ N bis 19° 30′ N und Südregion (S) von 16° 10′ N bis 17° 50′ N

(Die Schreibweise (o) kennzeichnet die Region seewärts der Schelfkante und (c) den küstennahen Bereich.)







Gradienten der Wassertiefe von Westen nach Osten  $H_x$  für Felder von 20 Bogenminuten.

(Die Schelfzone mit Gradienten, deren Beträge größer als  $2 \cdot 10^{-2}$  sind, ist schraffiert; negative Werte entsprechen einer Abnahme der Wassertiefe in Richtung zur Küste.)



#### Abb. 13

Luftdruckverteilung  $p^a$  im Vergleich mit der Anomalie der Meeresoberfläche  $\Sigma \Delta D$  (dyn cm) relativ zur 600-m-Bezugstiefe

 $(1 \text{ mb} \cong 1 \text{ h Pa}; \text{ die gestrichelten Linien verbinden die täglichen Luftdruckextrema der subtropischen Halb$  $tagsperiode; hohe <math>p^a$ -Werte korrespondieren zu niedrigen  $\Sigma \Delta D$ -Werten und umgekehrt.)



Abb. 14

Wechselwirkung zwischen dem zonalen Gradienten  $H_x$  der Wassertiefe H mit dem zonal gemittelten Nord-Süd-Gradienten  $\bar{p}_y^{\rm B}$  des Bodendruckes  $\bar{p}^{\rm B}$  aus der vertikal integrierten linearen Vorticity-Balance (Die Gradientbildung erfolgte über zentrale Differenzen;  $p^{\rm B}$  setzt sich näherungsweise zusammen aus dem Luftdruck an der Meeresoberfläche  $p^{\rm s}$  und dem Druck der Wassersäule zwischen 600 m Tiefe und der Oberfläche  $F_{600\,\rm m}^{\rm s}$ ; die Luftdruckänderung von 1 hPa entspricht einer Wasserstandsauslenkung von 1 cm und bewirkt eine barotrope Druckänderung am Boden; der barokline Druckanteil wird durch  $F = g \cdot \int_{600\,\rm m}^{s} \varrho(z) \partial z$  beschrieben und durch  $F_{600\,\rm m}^{\rm s} = \sum_{e00\,\rm m}^{\rm s} \Delta D(z) = \text{g.z.} \sum_{600\,\rm m}^{\rm s} \varrho(z)$  approximiert, wenn  $\varrho(z)$  die Dichteanomalie gegenüber einem Standardozean mit konstanter Dichte ist; durch die zonale Mittlung vereinfachen sich die JAKOBI-Terme zu  $J(H, \bar{p}^{\rm s}) = H_x \bar{p}_y^{\rm s}$  und  $J(H, \bar{F}_{600\,\rm m}^{\rm s}) = H_x \cdot (\bar{F}_{600\,\rm m}^{\rm s})_y$ ; die Gebiete mit zyklonaler Wirbeltendenz sind schraffiert.)

sich durch niedrige Wassertemperaturen und Sauerstoffkonzentrationen sowie durch Nährstoff- und Zooplanktonanreicherungen aus. Da das Zooplankton mit einer Verzögerung von 3 bis 5 Wochen auf Auftriebsprozesse reagiert, wurde gefolgert, daß die wirbelartigen Strukturen entlang der Schelfkante einen quasistationären Charakter hatten.

Für die Erzeugung biologisch produktiver Wirbel war die beobachtete Vorticity der Windschubspannung von zweitrangiger Bedeutung (Abb. 15). Die SVERDRUP-Balance zwischen der Vorticity der Windschubspannung und der planetaren Vorticity-Tendenz war im Auftriebsgebiet vor Mauretanien nicht nachweisbar. Insgesamt haben die im März/April 1983 durchgeführten Untersuchungen gezeigt, daß der quasistationäre Wasserauftrieb sowohl durch Irregularitäten in der Bodentopographie als auch durch den barotropen meridionalen Druckgradienten entscheidend modifiziert wird. Es kann nicht ausgeschlossen werden, daß durch die relativ geringe Intensität des großräumigen Wasserauftriebs Bedingungen geschaffen wurden, die für die Verdeutlichung der topographisch intensivierten Auftriebsprozesse entlang der Schelfkante besonders günstig waren.



#### Abb. 15

Vorticity der Windschubspannung  $\operatorname{rot}_{z} \vec{\tau}^{s} = (\tau_{z}^{v} - \tau_{y}^{s})$ (Die Gradientbildung erfolgte über zentrale Differenzen; in der EKMAN-Tiefe *D* ergibt sich die winderzeugte Vertikalgeschwindigkeit  $w^{D} = (1/\hat{\varrho}f) \operatorname{rot}_{z} \vec{\tau}^{s}$ , wenn *f* die CORIOLIS-Frequenz ist und  $\hat{\varrho}$  die konstante Dichte in der Deckschicht oberhalb von *D*; die Gebiete mit absinkender winderzeugter Wasserbewegung sind schraffiert.)

Eine vollständige Darlegung der hier vorgestellten Übersicht ist in den Geodätischen Geophysikalischen Veröffentlichungen, Reihe IV, in Vorbereitung.

#### Literatur

- FENNEL W.; PRANDKE, H.; LASS, H. U.: On the penetration depth of windwave mixing. — Tropical Ocean-Atmosphere Newsletter, No. 22, November 1983, 12–13.
- FRAGA, F.: Distribution des masses d'eau dans l'upwelling de Mauritanie. — Téthys, 6(2) (1974), 5—10.
- HAGEN, É.: Zur Problematik mesoskaler Verwirbelungen in den Schelfgebieten des küstennahen Kaltwasserauftriebs. – Beitr. zur Meereskunde, H. 39 (1977), 61-87.

HAGEN, E.; SCHEMAINDA, R.: Der Guineadom im ostatlantischen Stromsystem. — Beitr. zur Meereskunde, H. 51 (1984), 5–27.

- MEINCKE, J.; MITTELSTAEDT, E.; HUBER, K.; KOLTER-MANN, K. P.: Strömung und Schichtung im Auftriebsgebiet vor Nordwest-Afrika. Meereskundliche Beobachtungen und Ergebnisse Nr. 41, W FS "Planet", 12. 1.—30. 3. 1972 Seegebiet NW-Afrika.
  Deutsches Hydrographisches Institut Nr. 2149/13, Hamburg 1975, 117.
- MITTELSTAEDT, E.; WEICHART, G.; MEIER-FRITSCH, H.; LÜTHJE, H.; HAMANN, I.: Zur Hydrographie der Gewässer entlang der Küste von Mauretanien. Physikalische und chemische Ozeanographie, Meereskundliche Beobachtungen und Ergebnisse Nr. 51, "Meteor"-Fahrt Nr. 44, 4. Januar bis 10. März 1977. — Deutsches Hydrographisches Institut Nr. 2149/23, Hamburg 1980, 276.
- SCHEMAINDA, R.; NEHRING, D.; SCHULZ, S.: Ozeanologische Untersuchungen zum Produktionspotential der nordwestafrikanischen Wasserauftriebsregion 1970–1973. — Geod. Geoph. Veröff. R. IV, H. 16 (1975), 85.
- SVERDRUP, H. U.; JOHNSON, M. W.; FLEMING, R. H.: The Oceans, their physics, chemistry and general biology. — New York: Prentice-Hall, Inc., Fourth Printing 1952, 625—627, 668—671, 739—745.
- TOMCZAK, M.; HUGHES, P.: Three dimensional variability of water masses and currents in the Canary Current upwelling region. — "Meteor" Forschungsergebnisse, Reihe A, No. 21 (1980), 1–24.
- WILLENBRINK, E.: Analysis of Watermasses in the Tropical and Subtropical North-East Atlantic. — Berichte aus dem Institut für Meereskunde Kiel, Nr. 96 (1982), 1—72.

Anschriften der Autoren:

Dr. sc. EBERHARD HAGEN, Dr. RUDOLF SCHEMAINDA, Dipl. Phys. NORBERT MICHELCHEN, Dipl.-Phys. WOLFGANG ZAHN, Dipl.-Met. GERHARD WOLF, Prof. Dr. sc. DIETWART NEHRING, Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestraße 15; Dr. sc. ULRICH BRENNING Wilhelm-Pieck-Universität Rostock, Sektion Biologie DDR-2500 Rostock, Universitätsplatz 2

Abschluß der Arbeit: 17. 1. 1984

Zur Veröffentlichung angenommen: 15. 1. 1985

Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 33-51, Berlin 1986

WOLFGANG MATTHÄUS, RUDOLF SAMMLER und REINHARD SCHWABE

## Mesoskale Strömungsmuster und ihre Charakteristika im zentralen Arkonabecken im April 1981

Mit 16 Abbildungen und 3 Tabellen

Zusammenfassung: Auf der Basis der Theorie kollinearer Strömungen wurden mesoskale Zirkulationsmuster im zentralen Arkonabecken im April 1981 ermittelt. Die Analyse von Strömungsmessungen an einem Bojendreieck auf der Station 113 (54° 55,5'N 13° 30,0'E) erbrachte den Nachweis sowohl von Wirbelstrukturen als auch Sattelpunkten, die sich mit mittleren Geschwindigkeiten von 3-5 km pro Tag entgegen dem Uhrzeigersinn um das Meßfeld bewegten. Die bekannten Variationen in der Struktur der Wirbel zwischen elliptisch und kreisförmig konnten an Hand eines antizyklonalen Wirbels gezeigt werden, der zwischen 16. und 22. April im Bereich des Bojendreiecks analysiert wurde. Die ermittelten Charakteristika der Wirbelstrukturen stimmen gut mit den aus Satellitenbeobachtungen und Modellrechnungen bestimmten Parametern der Wirbel im Arkonabecken überein.

Abstract: Using the theory of collinear currents mesoscale circulation patterns in the central part of the Arkona Basin in April 1981 are calculated. The analysis of current observations carried out in a triangular buoy array at the station 113 (54° 55,5'N 13° 30,0'E) gave evidence of the existence of eddy structures as well as saddle points, migrating in a counter clockwise direction around the observation field. The mean calculated migration speed was 3 to 5 km/day. The well-known variation of the eddy structures between elliptic and circular could be shown by means of an anticyclonic eddy, analyzed from April 16th-22nd. The calculated characteristics of the eddies are in good agreement with eddy parameters of the Arkona Basin, estimated from satellite images and model computations.

Резюме: На основе теории коллинеарных течений определяются мезомасштабные циркуляции в центральном Арконском бассейне в апреле 1981 года. Анализ измерений течений, проведенных у треугольника буёв на станции 113 (54° 55,5' с. ш. 13° 30,0' в.д.), доказал существование и вихревых структур и сёдел, движущихся со средней скоростью равной 3—5 км/сутки по исследуемому полю в направлении против часовой стрелки. Знакомые вариации в структуре вихрей, от эллиптического до циркулярного, могли быть показаны на примере антициклонального вихря, который был подвергнут анализу в районе треугольника буёв в период с 16 по 22 апреля. Обнаруженные свойства вихревых структур хорошо совпадают с полученными с помощью спутниковых снимок и модельных расчетов параметрами вихрей Арконского бассейна.

#### 1. Einleitung

Im Rahmen des Ökologischen Experimentes ÖKEX-81 des Instituts für Meereskunde Warnemünde wurden im April 1981 Untersuchungen der Veränderlichkeit physikalischer, chemischer und biologischer Parameter im zentralen Arkonabecken vorgenommen. Das Forschungsschiff "A. v. Humboldt" der Akademie der Wissenschaften der DDR ankerte vom 8.-28. April im Bereich der Station 113 auf 54° 55,5' N und 13° 30,0' E. In stündlichem Abstand wurden u. a. Vertikalprofile der Temperatur und des Leitwertes mit der Ozeanologischen Meßkette OM 75 bestimmt. Zur Ermittlung der räumlichen und zeitlichen Veränderlichkeit des Strömungsfeldes waren auf den drei Positionen A, B, C an den Ecken eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks von etwa 2 sm Kantenlänge Bojen verankert (Abb. 1). Jede Boje war mit vier Strömungsmessern vom Typ LSK 801.2 in jeweils 8 m, 20 m, 30 m und 45 m Tiefe bestückt.

Die Existenz mesoskaler Wirbelstrukturen im Arkonabecken ist durch Satellitenaufnah-



Abb. 1

Tiefen und Bodentopographie des Arkonabeckens (nach SCHULZ, 1956, und den Seekarten Nr. 15 und 16 des SHD der DDR) sowie Lage der Beobachtungsstationen

men hinreichend bestätigt (HORSTMANN, 1983) und durch Modellrechnungen wirksam untermauert (SIMONS, 1976; KIELMANN, 1981). Bereits bei einem Experiment im Juli 1978 wurde der Einfluß mesoskaler Wirbel auf die thermohaline Schichtung im Arkonabecken untersucht (MATTHÄUS, SCHWABE, 1982). Die Interpretation basierte aber lediglich auf CTD-Sonden- bzw. Strömungsmessungen an einer Position. Das Ziel dieses Experimentes bestand in der vertieften Untersuchung der zeitlichen Veränderlichkeit ozeanologischer Parameter zur Zeit der Frühjahrsblüte des Phytoplanktons (vgl. SCHULZ et al., 1984, 1985) und insbesondere in der Erfassung mesoskaler Strömungsmuster und ihrer Variabilität im zentralen Arkonabecken. Erste Ergebnisse dieser Untersuchungen wurden auf der 14. Konferenz der Ostseeozeanographen im Jahre 1984 in Gdynia vorgestellt und diskutiert (MATTHÄUS, SCHWABE, SAMM-LER, 1984).

## 2. Meteorologische und ozeanologische Verhältnisse im April 1981

#### 2.1. Meteorologische Verhältnisse

Während des gesamten Beobachtungszeitraumes herrschte überwiegend ruhiges windschwaches Wetter mit einer mittleren Windgeschwindigkeit (aus dreistündigen Messungen) von 6,2 m/s. Lediglich in der Nacht vom 21. zum 22. April wurden kurzzeitig stärkere Winde mit einer maximalen Geschwindigkeit von 17,7 m/s am 22. April um 01 Uhr GMT und am Ende der Dauerstation mit über 10 m/s beobachtet (vgl. Abb. 2).

#### 2.2. Allgemeine ozeanologische Bedingungen

Die Untersuchungen fielen in den Zeitraum des Aufbaus der thermischen Schichtung, die im Mittel im April beginnt (MATTHÄUS, 1979). Das über den größeren Teil des Monats April









relativ ruhige, teilweise strahlungsreiche Wetter verursachte den Eintrag von Wärme ins Meer, die durch seegangsbedingte Durchmischung auf eine größere Wassersäule verteilt wurde.

Der Wasserkörper im Arkonabecken kann im April 1981 im wesentlichen durch die für die winterlichen Verhältnisse typischen zwei grundlegenden Wasserarten charakterisiert werden. Das Baltische Winterwasser wies Temperaturen von 3-4 °C und Salzgehalte von 8–8,3  $\cdot$  10<sup>-3</sup> auf, während das salzreiche Tiefenwasser durch Temperaturen von 2-3 °C und Salzgehalte von 12-14 · 10<sup>-3</sup> gekennzeichnet war. Die Zwischenwasserschicht war nur schwach ausgeprägt (Abb. 5). Das Zentrum der halinen Sprungschicht lag in etwa 45 m, teilweise am Grund und verlagerte sich gegen Ende des Untersuchungszeitraumes in Tiefen zwischen 40 und 45 m (vgl. auch Abb. 4).

Abb. 3 zeigt die Schwankungsbreiten von Temperatur und Salzgehalt im Untersuchungszeitraum. Die minimalen Temperaturen entsprechen etwa der thermischen Ausgangssituation. Die Schwankungsbreite im Deckschichtbereich ist vor allem auf die Erwärmung des Wassers im Untersuchungszeitraum zurückzuführen. Die Schwankungsbreiten im Salzgehalt sind in der Deckschicht mit  $0,2 \cdot 10^{-3}$  gering und im grundnahen Wasser mit  $6 \cdot 10^{-3}$  relativ hoch. In mittleren Tiefen macht sich der Einfluß eines am 24./25. April advektiv herangeführten Wasserkörpers bemerkbar.

Zu Beginn der Untersuchungen waren die Temperaturen der gesamten Wassersäule um 2,5 °C, zeitweise zwischen 2 und 3 °C. Die Salzgehalte lagen in der über 40 m mächtigen Deckschicht zwischen 8 und  $9 \cdot 10^{-3}$ . Die haline Sprungschicht lag in etwa 45 m Tiefe, das salzreiche Tiefenwasser wies Salzgehalte von  $13-14 \cdot 10^{-3}$  auf (vgl. Abb. 4). Mit dem Einsetzen intensiverer Einstrahlung begann der Aufbau einer schwachen thermischen Schichtung, deren Zentrum etwa durch die 3°-Isotherme dokumentiert wurde. Ab 10. April war das Oberflächenwasser ständig wärmer als 3 °C. Weitere Einstrahlung und Vermischung führten zur Verlagerung der 3°-Isotherme in größere Tiefen und zur Verstärkung der thermischen Schichtung. Es begann die Ausbildung einer schwachen Zwischenwasserschicht (<2,5 °C) (Abb. 5). Die





20

30

40

Abb. 3 Schwankungsbreiten von Temperatur und Salzgehalt an der Station 113 zwischen 10. und 28. April 1981

haline Schichtung veränderte sich nur unwesentlich (vgl. Abb. 4).

Ab 12. April lag die 3°-Isotherme in etwa 20 m Tiefe. Ihre periodische vertikale Verlagerung läßt auf den Einfluß der Trägheitsschwingung schließen, die auch bei den Strömungsmessungen signifikant hervortritt (Abb. 8). Bei längerem strahlungsreichen Wetter bildete sich zeitweilig die 4°-Isotherme im Oberflächenbereich aus. Die vertikale Vermischung führte zur langsamen Erhöhung der Temperatur in der gesamten Wassersäule bis zur Temperatursprungschicht.

Die 3°-Isotherme verlagerte sich ab 17. April bis in etwa 30 m Tiefe. Eine schwach . ausgeprägte Zwischenwasserschicht blieb wei-

terhin erhalten. Der Salzgehalt des grundnahen Wassers ging teilweise bis auf Werte unter  $10 \cdot 10^{-3}$  zurück (19. April). Typische Beispiele für den täglichen Temperaturgang im Oberflächenwasser sind am 15. und 16. April sowie vom 19.—21. April zu beobachten (Abb. 4).

Der kurzzeitig einwirkende Sturm am 21./ 22. April mit maximalen Geschwindigkeiten von mehr als 17 m/s aus nordwestlichen Richtungen verursachte offenbar eine gewisse Umstellung der hydrographischen Situation. Die thermische Sprungschicht wurde bis in 40 m verlagert und die weitere Einstrahlung führte zur ständigen Ausbildung der 4°-Isotherme ab 23. April.

Am 24. April begannen Ereignisse im Bereich der Dauerstation wirksam zu werden, die offenbar Auswirkungen des kurz, aber intensiv einwirkenden meteorologischen Kraftfeldes darstellten. Die über knapp drei Wochen relativ unveränderte haline Schichtung wurde erheblich gestört.

Ab 24. April begann in der Tiefe der Zustrom salzreicheren warmen Wassers, der am 25. April die Wassersäule vom Grund bis in 20 m erfaßte und dazu führte, daß die Temperaturen in der Tiefe teilweise höher waren als im Oberflächenbereich (vgl. Abb. 4). Das Zwischenwasser wurde gänzlich verdrängt, zeitweise erreichte die gesamte Wassersäule Temperaturen größer als 3 °C. Das salzreichere Bodenwasser hatte Mächtigkeiten bis zu 7 m, allerdings ging der Salzgehalt auf unter  $13 \cdot 10^{-3}$  zurück. Mit dem advektiven Zustrom war eine Verstärkung der vertikalen und horizontalen Temperaturgradienten verbunden. Der Bereich der maximalen vertikalen Gradienten verlagerte sich am 24./25. April innerhalb von 12 Stunden aus 40 m in 20 m Tiefe. Gegenüber dem 24. April um 0 Uhr war am 25. April 9 Uhr GMT eine Erhöhung des Salzgehaltes um  $0.3 \cdot 10^{-3}$  in 20 m, um  $0.7 \cdot 10^{-3}$  in 30 m und um etwa  $1.2 \cdot 10^{-3}$  in 40 m zu beobachten. Die haline Sprungschicht hatte sich etwas aufgefächert.

Im Verlaufe des 25. April verlagerte sich die Schicht der maximalen vertikalen Temperaturgradienten wieder in 40 m Tiefe und am





28.4.8

28.4.8

27.

26

<u>6</u>.

17.

16.

15.

D°10

soplethen der Temperatur  $\Theta$  und des Salzgehaltes s an der Station 113

![](_page_20_Figure_1.jpeg)

![](_page_20_Figure_2.jpeg)

26. April stellte sich in etwa wieder die Ausgangssituation vom 24. April ein. Diesem aus hydrographischer Sicht interessanten Ereignis vom 24.—26. April soll in bezug auf die mesoskalen Strömungsmuster besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

#### 2.3. Strömungsverhältnisse

Die Strömungen, die im Meßfeld A, B, C (Abb. 1) erfaßt wurden, sind in Form der progressiven Vektordiagramme in Abb. 6 zusammengestellt. Daraus wird deutlich, daß sich die in den hydrographischen Bedingungen spiegelnde Zweiteilung des Wasserkörpers auch in den Strömungsverhältnissen dokumentiert. Die Strömungsgeschwindigkeiten in der schwach thermisch geschichteten Wassermasse der oberen drei Meßhorizonte (8 m, 20 m, 30 m) sind durchweg größer als im 45 m-Horizont. Die Diagramme zeigen darüber hinaus, daß die Bojen A und B ein ähnliches Strömungsregime aufweisen. Die Verhältnisse an der Boje C sind dagegen in bezug auf Strömungsrichtung und -geschwindigkeit teilweise unterschiedlich zu A und B. Das deutet sich auch in den mittleren und maximalen Strömungsgeschwindigkeiten des gesamten Beobachtungszeitraums an, die in Tab. 1 zusammengestellt sind.

Die Strömungssituation in den oberen 30 m kann im wesentlichen durch drei Abschnitte

#### Tabelle 1

Mittlere und maximale Strömungsgeschwindigkeiten (cm/s) aus 10-Minuten-Mitteln über den gesamten Beobachtungszeitraum

Boje	•	8 m	20 m	30 m	45 m	
A	Mittel	11,3	10,2	9,0	4,5	
t.	Maximum	42,0	36,7	38,8	23,0	
	Standardabweichung	8,5	7,4	6,9	5,0	
B	Mittel	10,4	9,3	9,1	7,6	
	Maximum	34,6	27,8	25,0	29,2	
	Standardabweichung	7,4	6,6	5,7	6,3	
С	Mittel	7,3	8,2	8,5	8,0	
	Maximum	25,6 -	23,2	29,6	27,2	
	Standardabweichung	5,3	5,2	6,0	6,3	

![](_page_20_Figure_11.jpeg)

![](_page_20_Figure_12.jpeg)

![](_page_20_Figure_13.jpeg)

![](_page_20_Figure_14.jpeg)

![](_page_20_Picture_15.jpeg)

![](_page_20_Figure_16.jpeg)

![](_page_20_Figure_17.jpeg)

<u>چ</u>[م

Boje A 8m ökex 81

![](_page_20_Figure_18.jpeg)

្ត្រី

18

Boje B

28.4

![](_page_20_Figure_19.jpeg)

ື]5

![](_page_20_Figure_20.jpeg)

<u>ء</u>[

28.4

![](_page_20_Figure_21.jpeg)

charakterisiert werden (vgl. Abb. 6). Vom 10. bis etwa 15. April setzt die Strömung im Mittel nach W bis N mit im Tagesmittel 10-15 cm/s. Etwa am 15. April tritt in allen Tiefen eine deutliche Richtungsänderung auf S bis NW ein. Dieser Abschnitt endet am 21./22. April mit dem kurzzeitigen Starkwindereignis im Bereich der Station. Vom 22./23. bis 28. April treten durchweg größere Strömungsgeschwindigkeiten als im 1. Abschnitt auf (vgl. auch Abb. 7). Die Strömung setzt wieder nach W bis N mit Tagesmittelwerten von 15-30 cm/s.

Bei der Untersuchung der Strömungsmuster im Bereich des Meßfeldes soll dem Zeitraum vom 17.—21. April besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden. Der Verlauf der progressiven Vektordiagramme läßt für diesen Zeitraum auf das Vorhandensein von Wirbelstrukturen in unmittelbarer Nähe der Bojen schließen. Fast alle Tiefen weisen um den 20. April herum Störungen des ansonsten relativ regelmäßigen Strömungsverlaufes auf, die an den Bojen A und B deutlicher ausgeprägt sind als an der Boje C. In den meisten Diagrammen vollzieht sich eine Drehung der Strömungsrichtung entgegen dem Uhrzeigersinn. Aus den Vektordiagrammen ist auch erkennbar, daß die mittleren Strömungsrichtungen von Boje A nach C in den oberen drei Tiefenhorizonten stets rückdrehen. Beispielsweise ist die mittlere Strömungsrichtung zwischen dem 10. und 15. April im 20 m-Horizont der Boje A etwa Nord, der Boje B Nordwest und an der Boje C West. Im 8 m-Horizont ist die mittlere Richtung der Strömung zwischen dem 15. und 20. April an der Boje A etwa WSW, an der Boje B Südwest und an der Boje C zwischen SW und SE.

Abb. 8 zeigt die Energiespektren der Komponenten der Strömung an den Bojen A, B und C. Signifikante Energiekonzentrationen im Bereich der Trägheitsperiode bei 14,7 h sind in allen Tiefen erkennbar. Die Spektren fallen mit mittleren Exponenten von -2,5 bis -3,5 zum höherfrequenten Bereich hin ab. Die horizontale Kohärenz zwischen den Bojenstationen ist erst ab etwa 15 Stunden zum größeren Teil signifikant, wobei sie in der Ostkomponente deutlicher ausgeprägt ist. Zwischen den Bojen B und C sind die Kohärenzen durchweg geringer als zwischen A und B bzw. A und C. Im 20 m- und 30 m-Horizont überschreiten die Werte nur in einigen Fällen die Signifikanzschwelle.

![](_page_21_Figure_5.jpeg)

![](_page_21_Figure_6.jpeg)

![](_page_21_Figure_7.jpeg)

![](_page_21_Figure_8.jpeg)

#### 3. Mesoskale Strömungsmuster

#### 3.1. Berechnungsmethodik

Die Bestimmung der mesoskalen Strömungsmuster erfolgte unter Anwendung der Theorie kollinearer Strömungen, wie sie in Standardwerken (z. B. SMIRNOW, 1960; BRONSTEIN-SEMENDJAJEW, 1979) dargelegt ist. FENNEL und KAYSER (1983) faßten Grundannahmen und Resultate dieser Theorie kurz zusammen und wandten sie zur experimentellen Bestimmung mesoskaler Stromlinienmuster in der Mecklenburger Bucht an. Im folgenden wird versucht, auf der Basis dieser Methodik das mesoskale Zirkulationsbild im zentralen Arkonabecken im April 1981 zu erfassen. Dabei wird der Schwerpunkt auf den Nachweis der Existenz mesoskaler Wirbelstrukturen gelegt und Möglichkeiten für die Interpretation der erzielten Ergebnisse aufgezeigt. Bei der Ermittlung der Zirkulationsmuster stehen folgende Ziele im Vordergrund:

- 1. Bestimmung des Zirkulationstyps (Wirbel, Sattel, Knoten)
- 2. Erfassung der Veränderung der Zirkulationsmuster
- 3. Bestimmung der mittleren Bewegungsrichtung und Wanderungsgeschwindigkeiten der Zirkulationsmuster

#### 4. Bestimmung der Abmessungen von Wirbelstrukturen und deren Veränderlichkeit.

Die Auswertung der Strömungsmessungen im Bojendreieck A, B, C (Abb. 1) erfolgte unter zwei Gesichtspunkten. Einmal sollte das oberflächennahe Strömungsfeld ermittelt, zum anderen das mittlere Strömungsfeld einer 30 m mächtigen Schicht des zentralen Arkonabeckens bestimmt werden. Für die Analysen im oberflächennahen Wasser wurden die 6-h-Mittel im 8 m-Horizont herangezogen. Zur Eliminierung höherfrequenter Anteile wurden die Komponenten der 6-h-Mittel 9fach übergreifend gemittelt. Das mittlere Strömungsfeld in den oberen 30 m wurde aus den vertikal gemittelten und geglätteten Komponenten der Tagesmittel berechnet. Alle Berechnungen sind auf die Boje B als Ursprung bezogen.

Von den nach der Theorie kollinearer Strömungen möglichen Zirkulationstypen (vgl. FENNEL, KAYSER, 1983) traten bei den Untersuchungen im April nur stabile (SS) und instabile Strudel (IS), Sattel (S) und stabile Knoten (SK) auf. Besondere Aufmerksamkeit wurde dem Auftreten und den Eigenschaften von Wirbelstrukturen (ideale Wirbel, stabile und instabile Strudel) gewidmet. Dabei ist zu beachten, daß nach der Theorie nur der aus den Meßergebnissen resultierende dominierende Zirkulationstyp erfaßt wird. In der Realität stellt das Strömungsmuster eines Seegebietes jedoch einen Wechsel verschiedener Zirkulationstypen dar, so daß im Bereich unseres Untersuchungsgebietes in einem Teil Wirbelstrukturen auftreten können, während gleichzeitig im anderen Teil ein Sattel denkbar ist. Die berechneten Zirkulationsmuster liefern ein Bild idealer Verteilungen. In der Natur können diese Muster durch meteorologische und ozeanologische Prozesse deformiert werden, so daß das ideale Bild stark modifiziert werden kann (vgl. HORSTMANN, 1983).

Mittlere Bewegungsrichtung und Wanderungsgeschwindigkeit der einzelnen Zirkulationsmuster wurden aus der Verlagerung des Wirbelzentrums bzw. der Sattelpunkte bestimmt. Zur Abschätzung der relativen Veränderung der Abmessungen der Wirbelstrukturen wurden die Linien gleicher Strömungsgeschwindigkeit für 10 cm/s konstruiert und das Verhältnis von Haupt- (a) zu Nebenachse (b) der Ellipsen berechnet.

Um den Einfluß von Geschwindigkeits- und Richtungsänderungen der Strömung an den Bojen auf die Position der Wirbelzentren abschätzen zu können, wurden zwei Zirkulationsmuster des 8 m-Horizontes mit Wirbelstrukturen ausgewählt. Das Bild vom 19. April (0-6 Uhr) zeigt einen voll entwickelten Wirbel elliptischer Form  $(a/b \approx 2)$  in unmittelbarer Nähe der Boje A (vgl. Abb. 9) mit sehr geringen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten an der Boje A und Geschwindigkeiten von 6-7 cm/s an den Bojen B und C. Als zweites Beispiel wurde ein (nach den Berechnungen gerade in den Einflußbereich des Bojendreiecks gelangter) Wirbel vom 25. April (18–24 Uhr) gewählt ( $a/b \approx 4$ ), dessen Zentrum mehr als 13 km von der Boje B entfernt liegt (vgl. Abb. 11). Als mittlere Strömungsgeschwindigkeit an den Bojen A und B wurde 24–22 cm/s und an der Boje C etwa 12 cm/s ermittelt.

Beim Strömungsmuster vom 19. April bleibt der Zirkulationstyp (stabiler Strudel) bei Richtungsänderungen bis zu +50 bzw.  $-20^{\circ}$ und Geschwindigkeitsänderungen bis zu +2 cm/s an der Boje A bzw. +10 cm/s an den Bojen B und C erhalten. Der Zirkulationstyp ändert sich erst bei Richtungsänderungen von mehr als  $-30^{\circ}$  an den Bojen B und C oder bei Geschwindigkeitsänderungen von mehr als +2 cm/s an der Boje A in einen instabilen Strudel. Als instabiler Strudel bleibt die Wirbelstruktur bis zu Änderungen von  $-50^{\circ}$ bzw. +10 cm/s erhalten.

Die Position des Wirbelzentrums ist außerordentlich stabil. Richtungsänderungen an allen drei Bojen bis zu  $\pm 40^{\circ}$  rufen lediglich Variationen des Zentrums von maximal 0,5 km hervor. Geschwindigkeitsänderungen bis zu  $\pm 10$  cm/s an den Bojen B und C führen zu einer Verlagerung des Zentrums um etwa 0,3 km. Eine Änderung der Strömungsgeschwindigkeit an der dem Zentrum am nächsten liegenden Boje A (<0,5 km) führt zu größeren Variationen, die bei +5 cm/s bis 3.5 km betragen können.

Wesentlich variabler sind die Verhältnisse beim Strömungsmuster vom 25. April. Der Zirkulationstyp (stabiler Strudel) bleibt bei Richtungsänderungen bis  $+40^{\circ}$  (Boje A und C) und  $-20^{\circ}$  (Boje B und C) bzw. Geschwindigkeitsänderungen von +3 cm/s (Boje C) und +5 cm/s (Boje A und B) erhalten. Die Position des Wirbelzentrums verändert sich bei Richtungsänderungen bis  $+10^{\circ}$  (Boje A und C) bzw.  $-5^{\circ}$  (Boje B) oder  $-10^{\circ}$  (Boje C) bereits um etwa 5 km. Ähnliche Verlagerungen ergeben sich bei Geschwindigkeitsänderungen von 2-3 cm/s an allen drei Bojen. Zusammenfassend bestätigen diese Ergeb-

nisse die Möglichkeit, im Bereich bis etwa 10-15 km vom Meßfeld entfernt unter Anwendung der Theorie kollinearer Strömungen Wirbelstrukturen nachzuweisen. Die Position des Wirbelzentrums kann in unmittelbarer Nähe des Meßfeldes (etwa 2-3 km von jeder Boje entfernt) als stabil angesehen werden. In größerer Entfernung kann die Position erhebliche Ungenauigkeiten aufweisen. Bei der Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeit wurden deshalb Zirkulationsmuster in größerer Entfernung vom Meßfeld nicht berücksichtigt. Ermittlungen der Zirkulationsmuster aus den Strömungsmessungen im 8 m-Horizont ergaben sowohl unter Nutzung von Tagesmitteln als auch ungeglätteten und visuell geglätteten 6-h-Mitteln sowie Stundenmitteln (nur 17.-21. April) weitgehend übereinstimmende Zirkulationstypen.

#### Tabelle 2

Parameter des oberflächennahen mesoskalen kollinearen Strömungsfeldes im Arkonabecken im April 1981, berechnet aus den 9fach übergreifend gemittelten Komponenten der 6-h-Mittel im 8-m-Horizont

Datum	Zirkulationstyp	Koordina	tten der Singularität	Asympto	oten der Singularität*)		
		x <sub>s</sub> km	y <sub>s</sub> km	<i>φ</i> <sub>1</sub> °	φ <sub>2</sub> °		
17. 4./1	IS	-11,52	8,37				
/2	SS	-7,20	3,17				
/3	SS	-5,84	1,82				
. /4	SS	-4,92	1,17				
18. 4./1	SS	-4,49	0,90				
/2	SS	-4,71	0,69				
/3	SS	-4,61	0,58				
/4	SS	-4,31	0,49				
19. 4./1	SS	-3,90	0,31				
/2	SS	-3,11	0,38				
/3	SS	-2,52	0,42				
/4	SS	-1,97	0,46				
20. 4./1	SS	-1,59	0,41				
/2	SS	-1,16	0,33		nittelten Komponents		
/3	SS	-0,80	0,13				
/4	SS	-0,66	-0,94	init alatha			
21. 4./1	SS	-0,21	-0,88				
/2	SS	0,56	-0,44				
/3	SS	1,76	-0,26				
/4	SS	3,06	1,28				
22. 4./1	SS	2,70	2,93				
/2	S	9,11	1,82	-10,4	-69,9		

4. Bestimmung der Abmessungen von Wirbelstrukturen und deren Veränderlichkeit.

Die Auswertung der Strömungsmessungen im Bojendreieck A, B, C (Abb. 1) erfolgte unter zwei Gesichtspunkten. Einmal sollte das oberflächennahe Strömungsfeld ermittelt, zum anderen das mittlere Strömungsfeld einer 30 m mächtigen Schicht des zentralen Arkonabeckens bestimmt werden. Für die Analysen im oberflächennahen Wasser wurden die 6-h-Mittel im 8 m-Horizont herangezogen. Zur Eliminierung höherfrequenter Anteile wurden die Komponenten der 6-h-Mittel 9fach übergreifend gemittelt. Das mittlere Strömungsfeld in den oberen 30 m wurde aus den vertikal gemittelten und geglätteten Komponenten der Tagesmittel berechnet. Alle Berechnungen sind auf die Boje Bals Ursprung bezogen.

Von den nach der Theorie kollinearer Strömungen möglichen Zirkulationstypen (vgl. FENNEL, KAYSER, 1983) traten bei den Untersuchungen im April nur stabile (SS) und instabile Strudel (IS), Sattel (S) und stabile Knoten (SK) auf. Besondere Aufmerksamkeit wurde dem Auftreten und den Eigenschaften von Wirbelstrukturen (ideale Wirbel, stabile und instabile Strudel) gewidmet. Dabei ist zu beachten, daß nach der Theorie nur der aus den Meßergebnissen resultierende dominierende Zirkulationstyp erfaßt wird. In der Realität stellt das Strömungsmuster eines Seegebietes jedoch einen Wechsel verschiedener Zirkulationstypen dar, so daß im Bereich unseres Untersuchungsgebietes in einem Teil Wirbelstrukturen auftreten können, während gleichzeitig im anderen Teil ein Sattel denkbar ist. Die berechneten Zirkulationsmuster liefern ein Bild idealer Verteilungen. In der Natur können diese Muster durch meteorologische und ozeanologische Prozesse deformiert werden, so daß das ideale Bild stark modifiziert werden kann (vgl. HORSTMANN, 1983).

Mittlere Bewegungsrichtung und Wanderungsgeschwindigkeit der einzelnen Zirkulationsmuster wurden aus der Verlagerung des Wirbelzentrums bzw. der Sattelpunkte bestimmt. Zur Abschätzung der relativen Veränderung der Abmessungen der Wirbelstrukturen wurden die Linien gleicher Strömungsgeschwindigkeit für 10 cm/s konstruiert und das Verhältnis von Haupt- (a) zu Nebenachse (b) der Ellipsen berechnet.

Um den Einfluß von Geschwindigkeits- und Richtungsänderungen der Strömung an den Bojen auf die Position der Wirbelzentren abschätzen zu können, wurden zwei Zirkulationsmuster des 8 m-Horizontes mit Wirbelstrukturen ausgewählt. Das Bild vom 19. April (0-6 Uhr) zeigt einen voll entwickelten Wirbel elliptischer Form  $(a/b \approx 2)$  in unmittelbarer Nähe der Boje A (vgl. Abb. 9) mit sehr geringen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten an der Boje A und Geschwindigkeiten von 6-7 cm/s an den Bojen B und C. Als zweites Beispiel wurde ein (nach den Berechnungen gerade in den Einflußbereich des Bojendreiecks gelangter) Wirbel vom 25. April (18–24 Uhr) gewählt ( $a/b \approx 4$ ). dessen Zentrum mehr als 13 km von der Boje B entfernt liegt (vgl. Abb. 11). Als mittlere Strömungsgeschwindigkeit an den Bojen A und B wurde 24–22 cm/s und an der Boje C etwa 12 cm/s ermittelt.

Beim Strömungsmuster vom 19. April bleibt der Zirkulationstyp (stabiler Strudel) bei Richtungsänderungen bis zu +50 bzw.  $-20^{\circ}$ und Geschwindigkeitsänderungen bis zu +2 cm/s an der Boje A bzw. +10 cm/s an den Bojen B und C erhalten. Der Zirkulationstyp ändert sich erst bei Richtungsänderungen von mehr als  $-30^{\circ}$  an den Bojen B und C oder bei Geschwindigkeitsänderungen von mehr als +2 cm/s an der Boje A in einen instabilen Strudel. Als instabiler Strudel bleibt die Wirbelstruktur bis zu Änderungen von  $-50^{\circ}$ bzw. +10 cm/s erhalten.

Die Position des Wirbelzentrums ist außerordentlich stabil. Richtungsänderungen an allen drei Bojen bis zu  $\pm 40^{\circ}$  rufen lediglich Variationen des Zentrums von maximal 0,5 km hervor. Geschwindigkeitsänderungen bis zu  $\pm 10$  cm/s an den Bojen B und C führen zu einer Verlagerung des Zentrums um etwa 0,3 km. Eine Änderung der Strömungsgeschwindigkeit an der dem Zentrum am nächsten liegenden Boje A (<0,5 km) führt zu größeren Variationen, die bei +5 cm/s bis 3.5 km betragen können.

Wesentlich variabler sind die Verhältnisse beim Strömungsmuster vom 25. April. Der Zirkulationstyp (stabiler Strudel) bleibt bei Richtungsänderungen bis  $+40^{\circ}$  (Boje A und C) und  $-20^{\circ}$  (Boje B und C) bzw. Geschwindigkeitsänderungen von +3 cm/s (Boje C) und +5 cm/s (Boje A und B) erhalten. Die Position des Wirbelzentrums verändert sich bei Richtungsänderungen bis  $+10^{\circ}$  (Boje A und C) bzw.  $-5^{\circ}$  (Boje B) oder  $-10^{\circ}$  (Boje C) bereits um etwa 5 km. Ähnliche Verlagerungen ergeben sich bei Geschwindigkeitsänderungen von 2-3 cm/s an allen drei Bojen. Zusammenfassend bestätigen diese Ergeb-

nisse die Möglichkeit, im Bereich bis etwa 10-15 km vom Meßfeld entfernt unter An-

wendung der Theorie kollinearer Strömungen Wirbelstrukturen nachzuweisen. Die Position des Wirbelzentrums kann in unmittelbarer Nähe des Meßfeldes (etwa 2-3 km von jeder Boje entfernt) als stabil angesehen werden. In größerer Entfernung kann die Position erhebliche Ungenauigkeiten aufweisen. Bei der Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeit wurden deshalb Zirkulationsmuster in größerer Entfernung vom Meßfeld nicht berücksichtigt. Ermittlungen der Zirkulationsmuster aus den Strömungsmessungen im 8 m-Horizont ergaben sowohl unter Nutzung von Tagesmitteln als auch ungeglätteten und visuell geglätteten 6-h-Mitteln sowie Stundenmitteln (nur 17.-21. April) weitgehend übereinstimmende Zirkulationstypen.

1 1 . . . . . . . . 1 1001

#### Tabelle 2

Dorometer	des oh	erflächet	nahen	mesoskalen	kollinearen	Strömungsfeldes	ım	Arkonabecken im Ap	II 1901,
Falanciel	463 00	cinacher		1	Vanna	anton der 6.h.Mi	ttel	im 8-m-Horizont	
berechnet	aus den	9fach ü	pergreife	end gemittel	ten Kompol	lenten der 0-n-wi	itter	III 0 III HOILDIN	

Datum	Zirkulationstyp	Koordinaten	der Singularität	Asymptoter	n der Singularität*)
		x <sub>s</sub> km	y <sub>s</sub> km	$arphi_1^{\circ}$	$\varphi_2$
17.4./1	IS	-11,52	8,37		
/2	SS	-7,20	3,17		
/3	SS	-5,84	1,82		
/4	SS	-4,92	1,17		
18. 4./1	SS		0,90		
/2	SS	-4,71	0,69		
/3	SS	-4,61	0,58		
/4	SS	-4,31	0,49		
19. 4./1	SS	-3,90	0,31		
/2	SS	-3,11	0,38		
/3	SS	-2,52	0,42		
/4	SS	-1,97	0,46		
20. 4./1	SS	-1,59	0,41		
/2	SS	-1,16	0,33		
/3	SS	-0,80	0,13		
/4	SS	-0,66	-0,94		
21. 4./1	SS	-0,21	-0,88		
/2	SS	0,56	-0,44		
/3	SS	1,76	-0,26		
/4	SS	3,06	1,28		
22. 4./1	SS	2,70	2,93		(0.0
/2	S	9,11	1,82	-10,4	-69,9

Tabelle 2 (Fortsetzung)

Datum	Zirkulationstyp	Koordinater	n der Singularität	Asymptoten der Singularität*)			
		x <sub>s</sub> km	y <sub>s</sub> km	$\varphi_1$	φ <sub>2</sub> °		
22. 4./3	S	7,96	2,78	-3.4	_77.9		
/4	S	8,04	3,45	2.1			
23. 4./1	S	10,05	3,99	5.4	-78.4		
/2	S	9,75	4,25	7.7	74 9		
/3	S	8,03	4,05	8.6	-76.2		
/4	S	6,59	3,62	7.3	-76.5		
24. 4./1	S	6,58	3,37	5.5	-75.6		
/2	S	7,22	2,87	1.9	-73.7		
/3	S	8,30	1,65	-5.1	-71.9		
/4	S	11,03	0,23	-10.0	-69.7		
25. 4./1	S	18,62	-3,01	-14.6	-66.1		
/2	[S]		s., (	.,	00,1		
/3	[SK]						
/4	SS	9,87	8,88				
6. 4./1	SS	-4,82	7,14				
/2	. SS	-3,97	6,36				
/3	SK	-19,65	-0,12	17,9	-19.0		
/4	S	3,65	9,53	37.2	-40.3		
27. 4./1	S	3,34	9,81	43,9	-51.9		
/2	S	3,82	10,70	47.8	-61.5		
/3 /4	S [S]	5,46	12,99	50,3	-71,7		

\*) Winkel gegen die Abszisse; negativ in Uhrzeigerrichtung

## 3.2. Das oberflächennahe Strömungsfeld

Zur Untersuchung des oberflächennahen mesoskalen Strömungsfeldes wurden die Messungen im 8 m-Horizont herangezogen. Der Zirkulationstyp sowie die Koordinaten und Asymptoten der Singularitäten im Strömungsfeld wurden aus den 9fach übergreifend gemittelten Komponenten der 6-h-Mittel berechnet und sind in Tab. 2 zusammengestellt. Die dem Datum hinzugefügte Ziffer kennzeichnet das zugeordnete 6-h-Intervall des entsprechenden Tages. Für die in eckige Klammern gesetzten Zirkulationstypen sind keine Zahlenwerte vermerkt, weil deren Zentrum mehr als 20 km von der Boje B entfernt lag.

Aus den Daten der Tab. 2 können vier Zeitabschnitte mit charakteristischen Zirkulationsmustern im oberflächennahen Wasser des zentralen Arkonabeckens bestimmt werden. Vom 17.-22. April dominierte - wie aus dem Verlauf der progressiven Vektordiagramme bereits vermutet - bei relativ ruhigem Hochdruckwetter ein antizyklonaler Wirbel in unmittelbarer Nähe der Bojen A und B (vgl. Abb. 9 und 13). Nach dem kurzzeitigen Starkwindereignis vom 21./22. April veränderte sich bei wiederum schwachwindigem Wetter mit Windgeschwindigkeiten im Mittel kleiner als 5 m/s aus W bis NW der Zirkulationstyp. Vom 22.-24. April dominierte ein Sattel, dessen singuläre Punkte durchweg östlich des Meßfeldes in 7-11 km

Mesoskale Strömungsmuster im Arkonabecken

Entfernung von Boje B lagen (Abb. 13) und der an den Bojen Strömungen in Richtungen zwischen NW und SW hervorrief (vgl. Abb. 10). Mit dem Abwandern des Sattelpunktes weit nach Osten gewann am 25./26. April ein antizyklonaler Wirbel mit dem Zentrum 7 bis 13 km nordwestlich der Boje B Einfluß auf das Meßfeld und führte an allen Bojen zu Strömungen in westliche bis nordwestliche Richtungen (Abb. 11). Am 26./27. April wurde 10—15 km nordöstlich von Boje B ein Sattelpunkt analysiert, der an den Bojen zu Strömungen in Richtungen um W führte (Abb. 12 und 13).

Die Veränderung der Strömungsmuster bei einem Zirkulationstyp wird besonders deutlich bei den Wirbelstrukturen zwischen 17. und 22. April (Abb. 9). Die Form des antizyklonalen Wirbels veränderte sich von stark elliptisch am 17.  $(a/b \approx 3)$  in etwa kreisförmig am 20. April. Das Strömungsmuster ging dann wieder mehr zur elliptischen Form über und erreichte am 21. April die Konfiguration eines nahezu idealen Wirbels. Die Hauptachse des Zirkulationsmusters drehte gegen den Uhrzeigersinn von etwa W-E-Richtung am 17. über S-N-Richtung am 21. auf SE-NW am 22. April (vgl.

![](_page_24_Picture_10.jpeg)

![](_page_24_Picture_11.jpeg)

![](_page_24_Figure_12.jpeg)

![](_page_24_Figure_13.jpeg)

![](_page_24_Figure_14.jpeg)

![](_page_24_Figure_15.jpeg)

## Abb. 9

Kollineare Strömungsmuster für die Zeit vom 17.—22. April 1981 im oberflächennahen Wasser des Arkonabeckens (8 m) (6-h-Mittel, übergreifend gemittelt)

![](_page_25_Figure_1.jpeg)

![](_page_25_Figure_2.jpeg)

![](_page_25_Figure_3.jpeg)

![](_page_25_Figure_4.jpeg)

![](_page_25_Figure_5.jpeg)

![](_page_25_Figure_6.jpeg)

Kollineare Strömungsmuster für die Zeit vom 22.-24. April 1981 im oberflächennahen Wasser des Arkonabeckens (8 m) (6-h-Mittel, übergreifend gemittelt)

![](_page_25_Figure_8.jpeg)

![](_page_25_Figure_9.jpeg)

Abb. 11 Kollineare Strömungsmuster für den 25. und 26. April 1981 im oberflächennahen Wasser des Arkonabeckens (8 m) (6-h-Mittel, übergreifend gemittelt)

27.4.1991 0-6°° km

#### Abb. 12

Kollineares Strömungsmuster für den 27. April 1981 im oberflächennahen Wasser des Arkonabeckens (8 m) (6-h-Mittel, übergreifend gemittelt)

Abb. 9). Die Veränderung der Strömungsmuster beim Zirkulationstyp "Sattel" zwischen 22. und 24. April war nur gering (Abb. 10). Die Asymptoten der Singularität lagen etwa in W-E- bzw. NNW-SSE-Richtung (Tab. 2).

Die mittlere Bewegung der Strömungsmuster im oberflächennahen Bereich erfolgte im April 1981 vorwiegend gegen den Uhr-

![](_page_25_Figure_16.jpeg)

![](_page_25_Figure_17.jpeg)

Mittlere Bewegung mesoskaler Strömungsmuster im April 1981 im oberflächennahen Wasser des Arkonabeckens (8 m) (6-h-Mittel, übergreifend gemittelt)

zeigersinn, und zwar bei den Wirbelstrukturen vorrangig in östliche Richtungen (vgl. Abb. 13). Zur Bestimmung der Wanderungsgeschwindigkeiten wurden die Zirkulationsmuster zwischen 17. und 24. April herangezogen. Für die Wirbelstrukturen zwischen 17. und 22. April wurde eine mittlere Wanderungsgeschwindigkeit von 3,2 km pro Tag berechnet. Die Strömungsmuster zwischen 22. und 24. April wiesen eine mittlere Geschwindigkeit von 4,7 km pro Tag auf. Bei beiden Zirkulationstypen wurden minimale Wanderungsgeschwindigkeiten von rund 1 km pro Tag und Maxima von etwa 8 km pro Tag gefunden.

Die relativen Abmessungen des Wirbels (bezogen auf eine Strömungsgeschwindigkeit von 10 cm/s, vgl. 3.1.) veränderten sich von  $a \approx 35$  km,  $b \approx 13$  km am 17. April über  $a = b \approx 12$  km am 20. April auf  $a \approx 60$  km,  $b \approx 15$  km am 22. April. Der antizyklonale Wirbel am 25./26. April hatte relative Abmessungen von  $a \approx 20-25$  km,  $b \approx 6$  km.

## 3.3. Das mittlere Strömungsfeld in den oberen 30 m

Zur Erfassung des mesoskalen Strömungsfeldes oberhalb der halinen Sprungschicht des zentralen Arkonabeckens wurden die Strömungsverhältnisse in der oberen 30 m mächtigen Deckschicht gewählt. Die Parameter des Strömungsfeldes wurden aus den vertikal gemittelten und geglätteten Komponenten der Tagesmittel berechnet (Tab. 3). Die über das Oberflächenwasser gemittelten Strömungsverhältnisse bestätigten für den Zeitraum zwischen 16. und 21. April sowie am 25./26. April die Dominanz von antizyklonalen Wirbelstrukturen im Bereich des Bojendreiecks (vgl. Abb. 14, 15 und 16). Sattelpunkte dominierten in der 30 m mächtigen Deckschicht nur am 13./14. bzw. 27. April. Zwischen 22. und 24. April wiesen die vertikal gemittelten Strömungen stabile Knoten als dominierenden Zirkulationstyp aus (Tab. 3).

Die Form des antizyklonalen Wirbels zwischen 16. und 21. April änderte sich von elliptisch (16.) über etwa kreisförmig (17.) zu stark elliptisch am 20. April (vgl. Abb. 14), wobei die Hauptachse des Zirkulationsmusters gegen den Uhrzeigersinn drehte. Für die mittlere Bewegungsrichtung und Wanderungsgeschwindigkeit des Wirbels ergaben sich ähnliche Resultate wie bei den oberflächennahen Zirkulationsmustern (vgl. Abb. 13 und 16). Der Wirbel bewegte sich gegen den Uhrzeigersinn in unmittelbarer Nähe der Bojen

Parameter des mesoskalen kollinearen Strömungsfeldes im Arkonabecken in	n April 1981	l, berechnet an	us den
vertikal gemittelten und geglätteten Komponenten der Tagesmittel im Oberflä-	chenwasser (	8—30 m)	as den

Datum	Zirkulationstyp	Koordinater	der Singularität	Asymptoter	Asymptoten der Singularität*)	
		x <sub>s</sub> km	y <sub>s</sub> km	· <i>φ</i> <sub>1</sub>	φ <sub>2</sub> °	0
11. 4.	SS	11,06	4.53			
12. 4.	[SK]		.,			
13. 4.	S	4,99	-7,44	-55.8	67.2	
14. 4.	S	7,37	-13,59	-52.9	76.5	
15.4.	[SK]			,-	10,5	
16. 4.	SS	-9,84	8,60			
17. 4.	SS	-6,13	3.88			
18.4.	SS		0.85			
19. 4.	SS	-2,88	-0.66			
20. 4.	SS	-0,65	-0.20			
21. 4.	SS	4,44	5,19			
22. 4.	SK	-0,80	5,43	19.3	-70 7	
23. 4.	SK	-15,75	4,54	3.1	-73.3	
24. 4.	[S]	and a set	.,	2,1	15,5	
25. 4.	SS	-9,19	18,23			
26. 4.	SS	-7,70	9,64			
27. 4.	S	6,91	15,09	48,9	-50,6	

\*) Winkel gegen die Abszisse; negativ in Uhrzeigerrichtung

A und B vorbei und wies mittlere Geschwindigkeiten von 4,3 km pro Tag bei Extremwerten von 2 bzw. 7 km pro Tag auf.

Wie die Isoplethen von Temperatur und Salzgehalt zeigen (Abb. 4), führte das aus hydrographischer Sicht interessante Ereignis vom 24.-26. April (vgl. 2.2.) sowohl im 30 m- als auch im 20 m-Horizont zu beträchtlichen Veränderungen im vertikalen Aufbau des Wasserkörpers (vgl. auch SCHULZ et al., 1985). Die für den 25. und 26. April analysierten Wirbelzentren im zentralen Arkonabecken lagen jedoch in relativ großer Entfernung von der Station 113 (Abb. 13 und 16) und wiesen darüber hinaus antizyklonalen Charakter auf. Die beobachtete Singularität im Schichtungsaufbau kann daher nicht auf den Einfluß eines Wirbels im unmittelbaren Bereich des Meßfeldes zurückgeführt werden.

#### 4. Zusammenfassende Bemerkungen

Auf der Basis der Theorie kollinearer Strömungen wurde das mesoskale Zirkulationsbild im zentralen Arkonabecken im April 1981 ermittelt. Dabei konnten folgende Resultate erzielt werden:

- 1. Zwischen dem 17. und 27. April wurden im Bereich der Station 113 sowohl Wirbelstrukturen als auch Sattelpunkte analysiert.
- 2. Die Wanderung der Zirkulationsmuster erfolgte vorwiegend gegen den Uhrzeigersinn mit mittleren Geschwindigkeiten von 3-5 km pro Tag.
- 3. Die maximalen Wanderungsgeschwindigkeiten lagen bei 8 km pro Tag.
- 4. Der antizyklonale Wirbel zwischen dem 16. und 22. April veränderte während der

![](_page_26_Figure_13.jpeg)

![](_page_26_Figure_14.jpeg)

Mesoskale Strömungsmuster im Arkonabecken

49

![](_page_26_Figure_15.jpeg)

![](_page_26_Picture_16.jpeg)

![](_page_26_Figure_17.jpeg)

![](_page_26_Picture_18.jpeg)

#### Abb. 14

Kollineare Strömungsmuster für die Zeit vom 16.-21. April 1981 im Oberflächenwasser des Arkonabeckens (0-30 m) (Tagesmittel, vertikal gemittelt, geglättet)

tisch und kreisförmig.

- 5. Die angewendete Berechnungsmethodik läßt keine Aussagen über die Lebensdauer oder die absoluten Durchmesser der Wirbelstrukturen zu.
- 6. Aus der Messung sowohl der physikalischen als auch der chemischen und biologischen Parameter an der Station 113 sind keine deutlichen Anhaltspunkte für den Einfluß von Wirbeln auf die vertikale Struktur zu erkennen.

nde 54

Wanderung seine Struktur zwischen ellip- 7. Für die Singularität vom 24.-26. April im thermohalinen Schichtungsaufbau kann der im Bereich des Meßfeldes analysierte antizyklonale Wirbel nicht verantwortlich gemacht werden.

> Ein Vergleich der analysierten Parameter der Wirbelstrukturen mit den aus der Literatur bekannten Angaben zeigt eine gute Übereinstimmung. Aus der Untersuchung der Veränderlichkeit physikalischer Felder bestimmten z. B. AITSAM und ELKEN (1982) Wande-

![](_page_27_Figure_2.jpeg)

![](_page_27_Figure_3.jpeg)

Kollineare Strömungsmuster für den 25. und 26. April 1981 im Oberflächenwasser des Arkonabeckens (0 bis 30 m) (Tagesmittel, vertikal gemittelt, geglättet)

rungsgeschwindigkeiten der Wirbel von einigen Kilometern pro Tag. Die von HORSTMANN (1983) aus Satellitenbildern an Hand von Temperaturanomalien, Variationen der Farbe des Wassers oder Blaualgenakkumulationen identifizierten Wirbelstrukturen an der Oberfläche des Arkonabeckens wiesen Wanderungsgeschwindigkeiten zwischen 3 und 11 km pro Tag auf. Auch die mit Hilfe von Modellrechnungen erzeugten Wirbel (KIELMANN, 1981) ergaben Wanderungsgeschwindigkeiten unterhalb von 10 km pro Tag. Die Vielfalt der Wirbelformen und ihre Veränderung, wie sie aus Satellitenbildern deutlich wird (ULBRICHT, SCHMIDT, 1977; HORSTMANN,

![](_page_27_Figure_6.jpeg)

#### Abb. 16

Mittlere Bewegung mesoskaler Strömungsmuster im April 1981 im Oberflächenwasser des Arkonabeckens (0-30 m) (Tagesmittel, vertikal gemittelt, geglättet)

1983), konnte auch aus den Strömungsmessungen im zentralen Arkonabecken analysiert werden.

#### Literatur

- AITSAM, A.; ELKEN, J.: Synoptic scale variability of hydrophysical fields in the Baltic proper on the basis of CTD measurements. — In: NIHOUL, J. C. J. (Editor): Hydrodynamics of semi-enclosed seas. — Amsterdam: Elsevier 1982, 433—468.
- BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW, K. A.: Taschenbuch der Mathematik. — 19. Aufl., Moskau, Leipzig: Nauka, Teubner 1979.
- FENNEL, W.; KAYSER, B.: Zur experimentellen Bestimmung mesoskaler Stromlinienmuster. — Beitr. Meereskunde, H. 49 (1983), 83—97.
- HORSTMANN, U.: Distribution patterns of temperature and water colour in the Baltic Sea as recorded in satellite images: Indicators for phytoplankton growth. — Ber. Inst. Meereskunde Kiel, Nr. 106, Vol. 1 (1983), 147 S.
- KIELMANN, J.: Grundlagen und Anwendung eines numerischen Modells der geschichteten Ostsee, Teil 1 und 2. – Ber. Inst. Meereskunde Kiel, Nr. 87a und b (1981).

51 Mesoskale Strömungsmuster im Arkonabecken

- MATTHÄUS, W.: Mittlere thermische Schichtungsverhältnisse im Oberflächenwasser der offenen Ostsee.
- Beitr. Meereskunde, H. 42 (1979), 123-131.
   MATTHÄUS, W.: SCHWABE, R.: Der Einfluß mesoskaler Wirbel auf die thermohaline Schichtung im Arkonabecken. – Beitr. Meereskunde, H. 47 (1982), 5-30.
- MATTHÄUS, W.; SCHWABE, R.; SAMMLER, R.: Mesoscale current patterns in the Arkona Basin. — Proc. 14th Conf. Baltic Oceanographers, Gdynia 1984 (im Druck).
- SCHULZ, B.: Hydrographische Untersuchungen in der Ostsee 1925 bis 1938 mit dem Reichsforschungsdampfer "Poseidon". – Dt. Hydrogr. Z., Erg.-H. B, Nr. 1, Hamburg 1956.
- SCHULZ, S.; BREUEL, G.; IRMISCH, A.; SIEGEL, H.; KELL, V.: Results of ecological investigations during the spring bloom in the Arkona Sea. — Ophelia, Suppl. 3 (1984), 213—227.
- SCHULZ, S.; BREUEL, G.; IRMISCH, A.; SIEGEL, H.; KELL, V.: Ökologische Ergebnisse von Zeitreihenuntersuchungen im Pelagial der Arkonasee im Frühjahr 1981. — Beitr. Meereskunde, H. 53 (1985), 47—59.

- SIMONS, T. J.: Topographic and baroclinic circulations in the southwest Baltic. — Ber. Inst. Meereskunde Kiel, Nr. 25 (1976).
- SMIRNOW, W. I.: Lehrgang der höheren Mathematik, Teil II. — 3. Aufl., Berlin: Dt. Verl. Wissenschaften 1960.

ULBRICHT, K. A.; SCHMIDT, D.: Massenauftreten mariner Blaualgen in der Ostsee auf Satellitenaufnahmen erkannt. — DFVLR Nachrichten 22 (1977), 913 bis 915.

Anschrift der Verfasser: Dr. sc. nat. WOLFGANG MATTHÄUS, RUDOLF SAMMLER, Dipl.-Met. REINHARD SCHWABE Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestr. 15

Abschluß der Arbeit: 15. 4. 1984

Zur Veröffentlichung angenommen: 10. 12. 1984

Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 53-60, Berlin 1986

UWE REITER

## Die Berechnung von Isolinien in einem abgeschlossenen Rechteck unter Verwendung von zweidimensionalen Spline-Funktionen

Mit 2 Abbildungen und 1 Tabelle

Zusammenfassung: Mittels einer zweidimensionalen kubischen Spline-Funktion wird durch in einem Rechteck gitterförmig angeordnete Höhenwerte eine glatte Fläche gelegt.

Ein spezielles Suchverfahren bestimmt innerhalb dieses Rechteckes punktweise die gesuchten Isolinien.

Anhand eines Beispieles für einen Vertikalschnitt wird gezeigt, daß das erarbeitete Rechnerprogramm bei Verwendung entsprechender Grafikperipherie sowie -software die Anfertigung kopierfähiger Isoliniendarstellungen ermöglicht.

Abstract: Given lattice packed cotes within a rectangle a smooth surface can be interpolated by using bivariate cubic spline functions.

A special search procedure finds the isolines pointwise within the given rectangle.

The algorithm is applied to an oceanographic section. It has been shown that the graphical representation of the section can be made automatically using corresponding hard- and software.

*Резюме*: С помощью двумерных сплайн функций определяется гладкая поверхность по данным высоты упакованным в прямоугольной решётке.

Специальный способ поиска точечно определяет изолинии в этом прямоугольнике.

На основании примера вертикального разреза демонстрировают, что с помощью вычислительной программы будет возможным автоматическое изготовление представления изолиний.

#### 1. Einleitung

In vielen Wissenschaftsdisziplinen wird durch Messungen oft eine Vielzahl von Werten gewonnen (z. B. Luftdruck in der Meteorologie, Salzgehalt und Temperatur des Wassers in der Ozeanologie, Höhen in der Kartographie u. ä.). Zur Veranschaulichung werden Isolinienkarten angefertigt, die einen optischen Eindruck der Verteilung der Meßgröße vermitteln. Für die Bestimmung einer vollständigen Isolinie muß zwischen vorhandenen Meßwerten interpoliert werden. Werden Isolinien per Hand ermittelt, dann ist die Form und die Lage sehr vom Empfinden des Bearbeiters abhängig. Tests ergaben, daß bei gleicher Vorgabe von Meßpunkten mehrere Zeichner genauso viel verschiedene Isolinien erstellten. Aus diesem Grunde ist eine objektive numerische Berechnung der Isolinien nicht nur effektiver, sie liefert sicher auch ein besseres Ergebnis. Voraussetzung dafür ist allerdings ein gutes Interpolationsverfahren.

In der Literatur (SPAETH, 1973, GRZANNA, 1983) wird in den letzten Jahren immer häufiger ein Interpolationsverfahren behandelt, dessen Leistungsfähigkeit sich bei der Lösung vieler Probleme bewährt hat - die Spline-Interpolation. Der Grund für den Aufschwung dieses Verfahrens liegt in der enormen Entwicklung der Rechentechnik, die die Abarbeitung der relativ rechen- und speicherplatzintensiven Spline-Interpolation erst ermöglichte. Die Idee des Verfahrens besteht darin, nicht ein Polynom (z. B. NEWTON, LAGRANGE) im gesamten Intervall zur Interpolation anzusetzen, sondern ein solches Polynom immer nur zwischen zwei Funktionswerten zu berechnen und die so entstehenden Kurvenbögen "glatt aneinanderzureihen", d. h. die links- und rechtsseitigen Ableitungen an den Stützstellen sollen gleich sein.

Die Spline-Interpolation kann sowohl in der Ebene angewendet werden, ist aber auch ohne Probleme in den Raum zu übertragen (SPAETH, 1973). Im folgenden steht die Auf-

#### mining on Merechaste, Hell 24, 3, 53-60, 1

gabe, mit Hilfe einer räumlichen Spline-Funktion und eines speziellen Suchverfahrens Isolinien für vorgegebene Meßwerte zu berechnen.  $u_i$ 

## 2. Die zweidimensionale Spline-Interpolation

Gegeben seien eine Anzahl von Höhenwerten  $u_{ij}$  (i = 1, ..., n; j = 1, ..., m) über einem Rechteckgitter R in der (x, y)-Ebene mit

$$\mathbf{R}: \begin{cases} x_1 < x_2 < \dots < x_n \\ y_1 < y_2 < \dots < y_m \end{cases}.$$
(2.1)

Durch die  $u_{ij}$  soll nun eine möglichst glatte Fläche gelegt werden. Ausgehend von der eindimensionalen Spline-Interpolation (SPAETH, 1973) wird in einem Rechteck

$$\mathbf{R}_{ij} = \{(x, y) : x_i \le x \le x_{i+1}; y_j \le y \le y_{j+1}\}$$

eine Funktion

$$\hat{u}_{ij} = \sum_{k=1}^{4} \sum_{l=1}^{4} a_{ijkl} g_k(x_i) g_l(y_j)$$

$$(i = 1, ..., n - 1; j = 1, ..., m - 1)$$
(2.2)

angesetzt. Es wird eine auf ganz R definierte Funktion u = u(x, y) konstruiert, die auf  $R_{ij}$ mit  $\hat{u}_{ij}$  übereinstimmt. Die Koeffizienten  $a_{ijkl}$ werden so bestimmt, daß  $\hat{u}$  auf ganz R zweimal stetige Ableitungen besitzt und

$$\hat{u}(x_i, y_j) = u_{ij} \tag{2.3}$$

(2.4)

gilt.

r<sub>ij</sub>

Bezeichnet man jetzt mit

$$p_{ij} = \frac{\partial}{\partial x} u(x_i, y_j)$$
$$q_{ij} = \frac{\partial}{\partial y} u(x_i, y_j)$$

$$=\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y}\,u(x_i,\,y_j)$$

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} u_{ij} & q_{ij} & u_{i,j+1} & q_{i,j+1} \\ p_{ij} & r_{ij} & p_{i,j+1} & r_{i,j+1} \\ u_{i+1,j} & q_{i+1,j} & u_{i+1,j+1} & q_{i+1,j+1} \\ p_{i+1,j} & r_{i+1,j} & p_{i+1,j+1} & r_{i+1,j+1} \end{bmatrix}$$

 $G(x_i) =$ 

$$\begin{bmatrix} g_1(x_i) & g_2(x_i) & g_3(x_i) & g_4(x_i) \\ g'_1(x_i) & g'_2(x_i) & g'_3(x_i) & g'_4(x_i) \\ g_1(x_{i+1}) & g_2(x_{i+1}) & g_3(x_{i+1}) & g_4(x_{i+1}) \\ g'_1(x_{i+1}) & g'_2(x_{i+1}) & g'_3(x_{i+1}) & g'_4(x_{i+1}) \end{bmatrix}$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij11} & a_{ij12} & a_{ij13} & a_{ij14} \\ a_{ij21} & a_{ij22} & a_{ij23} & a_{ij24} \\ a_{ij31} & a_{ij32} & a_{ij33} & a_{ij34} \\ a_{ij41} & a_{ij42} & a_{ij43} & a_{ij44} \end{bmatrix}$$

so kann man zeigen, daß gilt:

$$S_{ij} = G(x_i) \cdot A_{ij} \cdot G^{\mathrm{T}}(y_j) . \qquad (2.5)$$

Werden die  $g_i$  so gewählt, daß det  $G(x_i)$  und det  $G(y_j)$  von Null verschieden, d. h.  $G(x_i)$  und  $G(y_j)$  invertierbar sind, kann (2.5) umgeformt werden zu

$$A_{ij} = G^{-1}(x_i) \cdot S_{ij} \cdot [G^{\mathrm{T}}(y_j)]^{-1} .$$
 (2.6)

Jetzt sind die Ableitungen (2.4) so zu bestimmen, daß die zusammengesetzte Funktion  $\hat{u}$ zweimal stetig differenzierbar ist. Dazu müssen neben den  $u_{ij}$  auch noch Ableitungen auf dem Rand von R vorgegeben werden, die dem folgenden Schema zu entnehmen sind:

Berechnung von Isolinien mit Spline-Funktionen 55

Unter Vorgabe spezieller rationaler Funktio-  
nen  
$$g_1(x) = s$$
;  $g_2(x) = t$ ;  $g_3(x) = \frac{s^3}{pt+1}$ ;  
 $g_4(x) = \frac{t^3}{ps+1}$  (2.8)

$$s = 1 - t;$$
  $t = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{x - x_i}{\Delta x_i}$ 

sowie der Gleichungssysteme für die Berechnung der Ableitungen

$$\frac{1}{\Delta x_{i-1}} p_{i-1,j} + (2+p) \left\{ \frac{1}{\Delta x_{i-1}} + \frac{1}{\Delta x_i} \right\} p_{ij} + \frac{1}{\Delta x_i} p_{i+1,j}$$

$$= (3 + p) \left\{ \frac{u_{ij} - u_{i-1,j}}{(\Delta x_{i-1})^2} + \frac{u_{i+1,j} - u_{ij}}{(\Delta x_i)^2} \right\}$$
  
(*i* = 2, ..., *n* - 1)

$$\frac{1}{\Delta y_{j-1}} q_{i, j-1} + (2+p) \left\{ \frac{1}{\Delta y_{j-1}} + \frac{1}{\Delta y_j} \right\} q_{ij} + \frac{1}{\Delta y_j} q_{i, j+1}$$

$$= (3 + p) \left\{ \frac{u_{ij} - u_{i,j-1}}{(\Delta y_{j-1})^2} + \frac{u_{i,j+1} - u_{ij}}{(\Delta y_j)^2} \right\}$$
  
(j = 2, ..., m - 1)

$$\frac{1}{\Delta x_{i-1}} r_{i-1,j} + (2+p) \left\{ \frac{1}{\Delta x_{i-1}} + \frac{1}{\Delta x_i} \right\} r_{ij}$$
$$+ \frac{1}{\Delta x_i} r_{i+1,j}$$

$$= (3 + p) \left\{ \frac{q_{ij} - q_{i-1,j}}{(\Delta x_{i-1})^2} + \frac{q_{i+1,j} - q_{ij}}{(\Delta x_i)^2} \right\}$$

$$(i=2,\ldots,n-1)$$

$$\frac{1}{\Delta y_{j-1}} r_{i, j-1} + (2+p) \left\{ \frac{1}{\Delta y_{j-1}} + \frac{1}{\Delta y_j} \right\} r_{ij}$$
$$+ \frac{1}{\Delta y_j} r_{i, j+1}$$
$$= (3+p) \left\{ \frac{p_{ij} - p_{i, j-1}}{(\Delta y_{j-1})^2} + \frac{p_{i, j+1} - p_{ij}}{(\Delta y_j)^2} \right\}$$

$$(j = 2, ..., m - 1)$$

die auf Grund symmetrischer, diagonal dominanter Koeffizienmatrizen lösbar sind, können bei Vorgabe von (2.7) nach (2.6) die Koeffizienten  $a_{ijkl}$  in (2.5) und damit die Funktionswerte  $\hat{u}_{ij}$  für das gesamte Gebiert R berechnet werden.

Eine genaue Herleitung, der hier angegebenen Beziehungen sowie Betrachtungen verschiedener Funktionen  $g_i$  ist bei SPAETH (1973) nachzulesen. An der angegebenen Stelle ist ebenfalls ein FORTRAN-Unterprogramm veröffentlicht, welches im hier vorzustellenden Isoliniensuchverfahren erfolgreich verwendet werden konnte.

In diesem Zusammenhang sei eine Bemerkung zu Parameter p in (2.7) gestattet. Nach SPEATH (1973) nimmt mit größer werdendem pdie Glattheit der Fläche zu. Beispielrechnungen (REITER, 1984) ergaben, daß größere pdie konstruierte Fläche zusammenziehen. Daraus folgt, daß sich vorhandene Minima und Maxima verschieben, daß Isolinien zwischen den einzelnen  $u_{ij}$  im Extremfall, d. h. bei sehr großen p zu Geraden werden können. Diese Erscheinungen sind bei der Wahl von p zu berücksichtigen. Im folgenden wird der Parameter p = 0 verwendet.

#### 3. Ein Isoliniensuchverfahren

Gegeben sei eine Fläche im Raum, die im Rechteck R durch eine interpolierende Spline-Funktion u(x, y) beschreibbar ist, welche (2.3) erfüllt. Für eine ausgewählte Isolinie gilt:

 $u(x, y) = u_0 = \text{const}$ 

56 **UWE REITER** 

oder

$$-u(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + u_0 = 0$$

das heißt, die Berechnung der Isolinie kann auf die Bestimmung der Schnittkurve der Fläche mit der zur (x, y)-Ebene parallelen Fläche  $u(x, y) = u_0 \ \forall x, y$  zurückgeführt werden. Da (3.1) nicht explizit nach x oder y aufgelöst werden kann, muß ein geeignetes Suchverfahren erarbeitet werden.

(3.1)

- Folgende Teilprobleme sind dabei zu lösen: - Bestimmung einer Näherung des ersten
- Isolinienpunktes
- Verbesserung der gefundenen Näherung - Bestimmung eines zweiten Isolinienpunk-
- tes
- Abbruch des Suchverfahrens.

In der Literatur werden eine Reihe von Verfahren angegeben, die jedoch im allgemeinen keine vollständige punktweise Bestimmung bzw. nur bestimmte Formen von Isolinien im gesamten Definitionsgebiet gestatten. GRZANNA (1983) bestimmt die Isolinien auf einem kleinmaschigeren Gitter, welches dem Ausgangsgitter überlagert wird (vgl. auch HERTEL, 1980).

#### 3.1. Die Bestimmung einer ersten Näherung

Für die effektive Anwendung eines geeigneten Nullstellenverfahrens zur Lösung von (3.1) ist es zunächst einmal notwendig, einen der Nullstelle nahen Punkt zu ermitteln. Einerseits konvergiert das Nullstellenverfahren so besser, andererseits soll aber auch vermieden werden, daß eine andere Isolinie gefunden wird.

Soll ein erster Punkt einer Isolinie gefunden werden, muß man prinzipiell zwischen zwei verschiedenen Arten unterscheiden:

- offene Isolinien
- geschlossene Isolinien.

Für offene Isolinien ist es sicher günstig, den Anfangspunkt auf den Rand zu legen, um bei der punktweisen Bestimmung der gesamten Linie einen Richtungswechsel zu vermeiden. Bei geschlossenen Linien ist die Wahl des ersten Punktes willkürlich.

Um den Aufwand gering zu halten, kann von einem vorgegebenen Punkt (etwa das eingeschlossene Minimum bzw. Maximum) die Nullstelle in Richtung des Gradienten mit einer vorzugebenden Schrittweite gesucht werden, der bestimmt ist durch Betrag und Richtung ( $\alpha$  – Winkel zwischen Gradient und x-Achse,  $\beta$  — analog y-Achse):

![](_page_30_Figure_19.jpeg)

Wird ein Vorzeichenwechsel bemerkt, kann mittels Nullstellenbestimmung der Isolinienpunkt exakt berechnet werden.

### 3.2. Die Verbesserung einer gefundenen Näherung

Bei der Behandlung einer ähnlichen Problematik bei REITER (1977) erwies sich das quadratische Eingabeln (ZURMUEHL, 1965) als günstig. Dieses Verfahren bietet sich an, da zwei Funktionswerte mit verschiedenen Vorzeichen vorliegen. Es wird dann durch diese beiden Punkte und einen dazwischen liegenden dritten Punkt eine Interpolationsparabel gelegt und für diese die Nullstelle mittels Iteration bestimmt. Die Algorithmen sind bei ZURMUEHL (1965) nachzulesen. Um zu gewährleisten, daß bei starker Krümmung der Isolinie das Verfahren konvergiert, wird die Iteration in Richtung des Gradienten vorgenommen.

#### 3.3. Die Bestimmung eines weiteren Isolinienpunktes

Ausgehend von einem so exakt bestimmten Isolinienpunkt  $P_0(x_0, y_0)$  kann ein zweiter Punkt  $P_1(x_1, y_1)$  der Isolinie gesucht werden. Die Richtung des Gradienten ist bekannt, somit auch die Lage der Tangenten. Unter Vorgabe der Laufrichtung k und einer Schrittweite  $\Delta s$  wird eine Näherung  $\tilde{P}_1$  für den zweiten Isolinienpunkt ermittelt:

$$\tilde{x}_{1} = x_{0} - k \cdot \Delta s \cdot \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{|\operatorname{grad} u|}$$
$$\tilde{y}_{1} = y_{0} + k \cdot \Delta s \cdot \frac{\frac{\partial u}{\partial x}}{|\operatorname{grad} u|}$$

(k - Richtungskoeffizient).

Der Punkt  $\tilde{P}_1$  kann jetzt wieder durch die angegebene Iteration verbessert werden,  $P_1$ bildet den Ausgangspunkt für den nächsten Isolinienpunkt usw.

(3.3)

Die Wahl der Schrittweite  $\Delta s$  ist abhängig vom Auflösungsvermögen des bei graphischer Darstellung verwendeten Zeichengerätes im Verhältnis zur Größe von R und sollte dementsprechend optimal sein.

#### 3.4. Der Abbruch des Suchverfahrens

Der Abbruch des Suchverfahrens hängt von der Art der Isolinie ab.

Eine offene Isolinie ist bestimmt, wenn sie aus dem Definitionsgebiet hinausläuft. Eine geschlossene Isolinie ist dann vollständig berechnet, wenn der erste Isolinienpunkt wieder erreicht wird, bzw. wenn er in einer &-Umgebung des zuletzt berechneten Punktes liegt  $(\varepsilon < \Delta s)$ . Es müssen so für jeden Isolinienpunkt zwei Tests durchgeführt werden.

## 4. Die numerische Berechnung der Isolinien und ihre Darstellung

Auf der Grundlage der angegebenen Algorithmen wurde ein Programm für den Rechner EC 1010 (VIDEOTON) erarbeitet. Dabei ergaben sich jedoch einige Probleme, die in erster Linie auf die Konfiguration der im Institut für Meereskunde vorhandenen Rechentechnik zurückzuführen sind. Die begrenzte Hauptspeicherkapazität gestattet eine Verarbeitung von maximal 64 × 30-Matrizen, wobei ohne Benutzung externer Speicher für die Arbeitsfelder nur Matrizen der Größe  $20 \times 15$  möglich sind.

Zur graphischen Darstellung der Isolinien steht ein X-Y-Schreiber BAK 4 T mit Lochstreifenansteuerung zur Verfügung. Ein online-Betrieb des Zeichengerätes ist zur Zeit nicht möglich. Aus diesem Grunde muß durch das Programm ein Steuerlochstreifen erstellt werden. Dazu wird ein spezielles Unterprogramm BAK aus der Programmbibliothek verwendet. Softwareseitig ist als Grafikunterstützung durch das UP BAK lediglich die Darstellung der Achsen eines Koordinatensystems vorgesehen. Eine Koordinatenausgabe der Isolinienpunkte kann wahlweise erfolgen.

Vom Anwender kann über die Bedieneinheit vorgegeben werden, welche Isolinien dargestellt werden sollen. Ein entsprechender Dialog sichert einen optimalen Ablauf.

Die Rechenzeit wird entscheidend durch die Geschwindigkeit des Lochstreifenstanzers beeinflußt. Im allgemeinen werden mit Lochstreifenausgabe etwa 80-100 Isolinienpunkte in der Minute berechnet. Die Rechenzeit für die Berechnung der Koeffizienten der Spline-Funktion ist dagegen sehr gering. Für die Ermittlung der Koeffizienten bei einer Ausgangsmatrix von 20 × 14 Funktionswerten benötigt der EC 1010 ca. 10 Sekunden.

#### 5. Ergebnis

Zur Testung des erarbeiteten Programms muß ein Beispiel herangezogen werden, das einen Vergleich zwischen numerisch berechneten und manuell gezeichneten Isolinien gestattet. Voraussetzung dafür ist die Verwendung derselben Ausgangswerte (vgl. Tab. 1).

Es soll an dieser Stelle angenommen werden, daß die verwendeten Meßwerte fehlerfrei gewonnen werden. Mittels eindimensionaler Spline-Interpolation wurde ein Gitternetz der Form (2.7) erstellt. Die Abbildung 2 zeigt das gewonnene Isolinienbild für 100, 80, 60, 50, 40, 30 und 20 Prozent  $O_2$ . Auf die 90%und 70%-Linie wurde verzichtet, da sie nicht

### Tabelle 1 Meßwerte O<sub>2</sub>-Gehalt auf 30° W (August/September 1970)

St. 42		St. 41		St. 40		St. 39		St. 38		St. 37		St. 36	
m	%	m	%	m	%	m	%	m	%	 m	%		%
0,5	100	0,5	103	0,5	99	0.5	103	0.5	105	12.5	102	0.5	10
12,5	100	12,5	102	12,5	99	12.5	102	12.5	103	25.0	103	0,5	104
23,5	101	25,0	103	25,0	99	25.0	103	25.0	104	20,0	104	12,5	10.
28,0	100	30,0	101	30,0	99	30.0	102	30.0	00	35,0	101	25,0	84
42,5	71	40,0	96	40,0	83	35.0	101	35.0	97	40.0	00	30,0	70
47,0	48	45,0	75	45,0	67	62,0	52	40.0	85	40,0	75	40,0	54
61,5	42	50,0	50	50,0	58	74.0	53	44 5	63	44,5	/1	44,5	42
71,0	41	62,5	42	62,5	44	96.5	51	49 5	50	49,5	04 59	49,5	44
99,0	34	75,0	42	75,0	42	119.5	49	62.0	52	74.0	58	62,0	39
115,5	34	101,0	46	100,0	34	143.0	41	74.0	50	20.0	50	/4,0	32
132,0	34	125,0	51	125,0	33	189.5	36	97.5	50	106.5	53	90,0	43
165,0	33	149,0	49	150,0	33	238.0	30	115.5	40	100,5	53	107,5	40
198,0	42	247,0	38	200,0	21	,-	50	134.0	40	124,0	52	158,0	30
231,0	41			249,0	29			171.0	45	106.0	20	195,0	31
								212,0	28	239,5	25	237,5	29
St. 35		St. 34		St. 33		St. 32		St. 31		St. 30		St. 29	-
m	%	m	%	m	%	m	%	m	%	m	%	m	%
2,5	104	2,5	99	12,5	104	0,5	104	0.5	104	0.5	105	0.5	102
12,5	104	6,5	98	25,0	64	12.5	103	12.5	104	12.5	103	12.5	103
27,0	104	10,5	93	30,0	49	25.0	83	30.0	105	25.0	104	25.0	105
35,0	78	14,5	93	35,0	48	30.0	50	35.0	81	30.0	100	25,0	107
43,0	66	18,5	80	40,0	45	35.0	40	40.0	60	35.0	94	30,0	107
53,5	52	33,0	45	45,0	44	40.0	36	45.0	40	40.0	64	35,0	90
67,0	41	43,5	26	50,0	47	45.0	32	50.0	42	40,0	51	40,0	70
75,5	43	54,0	31	62,5	47	50.0	35	75.0	36	75.0	12	44,5	/0
84,0	42	109,0	31	75,0	46	62.5	33	125.0	33	125.0	20	49,5	10
109,5	41	158,0	21	95,5	45	75.0	30	150.0	32	150.0	20	02,0	48
26,5	38	198,5	13	119,0	40	100.0	20	200.0	25	175.0	21	74,0	43
43,5	38	244,0	19	188,5	30	125.0	21	249.0	26	200.0	18	94,5	38
				235,0	23	150.0	19	- 12,0	20	249.0	22	120.5	35
						200,0	21	indiana?		219,0	22	139,5	35
						249.0	10	Const. Sec.				235,0	21

![](_page_31_Figure_7.jpeg)

Manuell ermittelte Isoliniendarstellung des O2-Gehaltes auf 30° W (August/September 1970)

![](_page_31_Picture_9.jpeg)

Abb. 2 Numerisch berechnete Isolinien für den O<sub>2</sub>-Gehalt auf 30° W (August/September 1970)

wesentlich zur Erhöhung der Aussagekraft beitragen und bedingt durch die Strichstärke evtl. zu einer Verwischung geführt hätten.

Der Abbildung 1 sind die aus denselben Meßwerten manuell gewonnenen Isolinien zu entnehmen. Der prinzipielle Verlauf der Kurven ist in beiden Bildern gleich. Unterschiede sind auf schon genannte subjektive Gründe zurückzuführen. Außerdem fehlen in der Abbildung 1 zwei geschlossene Isolinien (Station 34, 100 m; Station 30, 300 m). Die numerisch berechneten Isolinien sind

deshalb den manuell bestimmten vorzuziehen, da sie in Bezug auf die Ausgangsdaten ein objektives Ergebnis auf der Grundlage eines mathematischen Verfahrens bilden.

Bei Verwendung entsprechender Zeichengeräte sowie -software ist es möglich, kopierfähige Isolinienbilder numerisch anzufertigen. Optimal wäre der Einsatz eines grafikfähigen Bildschirms, der dem Anwender eine Auswahl, eventuell auch Auszüge aus dem Gesamtbild zur Betrachtung gestattet. Steht ein Hardcopy-Drucker zur Verfügung, kann man im Bedarfsfall sofort eine beliebige Anzahl Abzüge erhalten.

Das vorliegende Programm ist ein gutes Hilfsmittel für die Isoliniendarstellung in rechteckigen Definitionsgebieten und so besonders bei der Darstellung von Zeitreihen. In weiteren Arbeiten ist vorgesehen, das Programm auf die Verwendung von nichtrechteckigen Gebieten zu erweitern.

#### Literatur

- EGLOFF, P.: ISOFIX Ein System zur graphischen Darstellung von Isolinien. — Berlin: Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung GmbH, Mai 1978.
- GRZANNA, I.: Zweidimensionale Splinefunktionen und ihre graphische Darstellung. – 5. Fachtagung "Numerische Realisierung mathematischer Modelle" Zingst, 26.–30. 9. 1983.
- HERTEL, L.: Die Isoliniendarstellung als wirkungsvolles Hilfsmittel bei der Auswertung von wissenschaftlichen Experimenten (Ingenieurabschlußarbeit). — Leipzig: AdW der DDR, ZfI, MuP, März 1980.

REITER, U.: Spline – Interpolation und Isoliniendarstellung. – Warnemünde: Unveröffentlichter Bericht des Institutes für Meereskunde, 1984. REITER, U.: Testung geeigneter Verfahren zur punkt-

- weisen Bestimmung von Fallinien für die numerische Umkehrung der Laplace – Transformation mit Hilfe der Sattelpunktmethode (Diplomarbeit). – Rostock: Wilhelm-Pieck-Universität, Sektion Mathematik, 1977.
- SPAETH, H.: Spline-Algorithmen zur Konstruktion glatter Kurven und Flächen. — München-Wien:
  R. Oldenbourg Verlag 1973.
  ZURMUEHL, R.: Praktische Mathematik für Ingenieure
  - und Physiker. Berlin: Springer Verlag 1965.

Anschrift des Autors:

Dipl.-Math. UWE REITER Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestr. 15

Abschluß der Arbeit: Dezember 1984

Zur Veröffentlichung angenommen: 31. 1. 1985

Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 61-67, Berlin 1986

GÜNTHER SAGER

## Seasonal growth of the pink shrimp off the Isle of Man after data series from AL-ADHUB and BOWERS (1977)

Mit 2 Abbildungen und 1 Tabelle

Abstract: Data series for the length growth of the pink shrimp in waters west of the Isle of Man after AL-ADHUB and BOWERS gained in 1971-73 show a distinct seasonal-dependent growth. With mathematical methods now available an analysis of the seasonal variability is undertaken. As a result, the growth behaviour can be characterized by 5 parameters only. They suggest a theoretical final length of the carapace of 23 and 27 mm for the 3 and  $\varphi$  respectively. Growth is at a minimum about the beginning or the end of February for the males or females. Moreover a mathematical formulation for the growth rate or growth velocity can be given whose yearly decrement is about 55% for the 3 and 59% for the  $\varphi$ . Graphs for growth and growth increase are added.

Zusammenfassung: Eine Serie des Längenwachstums der rosa Garnele in den Gewässern westlich der Insel Man von ADHUB und BOWERS, die 1971-73 gewonnen wurde, zeigt deutlich ein jahreszeitlich abhängiges Wachstum. Mit den jetzt zur Verfügung stehenden mathematischen Methoden wird eine Analyse der saisonalen Schwankungen unternommen. Im Ergebnis kann das Wachstumsverhalten durch nur 5 Parameter beschrieben werden. Sie weisen auf eine theoretische Endlänge des Rückenpanzers von 23 bis 27 mm für die Männchen bzw. Weibchen hin. Das Wachstum hat sein Minimum für die 3 bzw. 9 zu Beginn und am Ende des Februar. Im weiteren kann eine mathematische Fassung des Zuwachses oder der Wachstumsgeschwindigkeit gegeben werden, deren jährliche Abnahme etwa auf 55 und 59% des Vorjahrswerts führt. Das Wachstum und seine Geschwindigkeit sind graphisch dargestellt.

Резюме: Серия данных прироста длины креветки (Dichelopandalus bonnieri) полученная при измерениях в водах к западу острова Мэн учеными AL-ADHUB и BOWERS за 1971—1973 г.г., показывает сезональную зависимость прироста. Выполняется анализ этих сезональных колебаний математическими методами. В результате можно описать прирост с помощью только 5 параметров. Они указывают на теоретическую конечную длину щита от 23 см ( $\mathcal{J}$ ) до 27 см ( $\mathcal{Q}$ ). Прирост имеет минимум в начале или к концу февраля относительно. Можно дать математическое выражение прироста и скорости роста, которая падает до 55% ( $\mathcal{J}$ ) и 59% ( $\mathcal{Q}$ ) по сравнению со скоростью в предыдущем году. График показывает кривые прироста и скорости его.

#### 1. Introduction

The pink shrimp Dichelopandalus bonnieri CAULLERY, 1896, shows a wide distribution on North Atlantic coasts from the Bay of Biscay to south and west Norway, and Scottish and Irish coasts to the south of Iceland and the east coast of North America. It prefers muddy substrates in rather different depths from 40 to 1,200 m (KEMP 1910). Details for this species were given by PIKE (1952) for populations in the Clyde estuary, MASON and HOWARD (1969) in deeper water off the Scottish west coast and LAGARDÈRE (1973) in the Gulf of Gascony. Despite differences in temperature, water depth and to a minor degree salinity the life cycle of the shrimp in French and Scottish waters shows only smaller deviations.

MASON (1967) and HOWARD and MASON (1971) thought of a commercial exploitation of *Dichelopandalus bonnieri* in British waters. To this end ADHUB and BOWERS (1977) carried out a preliminary survey and found that around the Isle of Man the quantities available for catch would not suffice to set up a shrimp fishery. For one part of the region AL-ADHUB and BOWERS could state the importance of the shrimp in the general ecology especially as food for fish.

#### 2. Material and practical results

From October 1971 to September 1973 AL-ADHUB of Basra (Iraq) and Bowers of Liverpool (UK) took monthly samples in an area  $2.5 \times 5$  km in 15 to 20 km distance west of the Isle of Man in the Irish Sea in depths of 70, 80 and 100 m. Bottom water temperatures reach 12.5 °C in summer in this region (SLINN 1974) after an allover estimate thus ranging already outside the temperature tolerance of 7 to 11.5 °C (LAGARDÈRE 1973). It is suspected that the shrimps keep in cold water pockets for some time.

Details of the investigations of AL-ADHUB and BOWERS are given in their 1977 contribution and must be referred to here. Catches were sorted and sexed on board, and all shrimps preserved immediately in 5% neutral formalin. Wet weight of the specimens was determined to the nearest 0.1 g after excess water had been removed with paper tissues. Age composition was determined by analysis of length-frequency distributions.

The size range was 3.9-22.4 mm carapace length equal to 28-112 mm total lengths (Definitions see AL-ADHUB and BOWERS). Functional regression (RICKER 1975) of both lengths yielded a linear relation over the whole length range with only small variations for the sexes, age groups or seasons. The relation reads:

total length in mm = 9.6 + 4.553 $\times$  carapace length in mm.

The weight-length relationship for the weighed sample of October 1972 reads as follows for males and females:

weight in g = 0.000,003,689 $\times$  (length in mm)<sup>3.0835</sup>.

thus hinting to nearly isometric overall behaviour in growth. No investigations of seasonal changes in weight for length were carried out. Investigations showed that 0group shrimps always dominated the catches at the shallowest station whilst in general larger and older Dichelopandalus were more common at 100 than at 70 or 80 m.

#### 3. Theoretical considerations

AL-ADHUB and BOWERS gave a graph (fig. 1) with mean length at age for both sexes as determined by probability analysis of length frequency distributions. The authors concluded that recruits appearing in August were about 4 months old. Male shrimps in the area studied reached a carapace length of 10 mm after one year of life, 15.5 mm by the second and 18.5 mm after the third. Corresponding lengths for females were 10.5, 17 and 20 mm. Equivalent total lengths and estimated weights were 55 m, 0.9 g; 80 mm, 2.7 g; 94 mm, 4.5 g for the males and 57 mm. 1.0 g; 87 mm, 3.5 g; 101 mm, 5.6 g for the females.

The graph of AL-ADHUB and BOWERS gives rise to further considerations. That is the reason for taking up the report of the two authors in the main lines. The relation of length and age over the seasons shows a dependency emerging most clearly from the data for the males but also present in the females despite an inconsistency about the turn from age groups I to II. Data series of this kind are still rare and deserve further attention implying mathematical methods.

Tests for the mathematical representation of growth with seasonal variations were started by URSIN (1963), followed by CLOERN and NICHOLS (1978) and PAULY and GASCHÜTZ (1979). In 1982 SAGER joined these considerations and extended the procedure to longtime stagnations of growth up to 6 months per year (SAGER 1984b). In the case of the pink shrimp, however, the first modification of a growth function L(t) to seasonal dependency as

$$\tilde{L}(t) = L(t) \left[ 1 - k \sin 2\pi (t - t_{\rm A}) \right]$$
(1)

or

$$\tilde{L}(t) = L(t) - \frac{1-\varepsilon}{2\pi} \dot{L}(t) \sin 2\pi (t-t_{\rm A}) \quad (2)$$

is adequate as growth is reduced during the cold season but obviously does not come to a standstill.

In Eq. (1) and (2) L(t) can be any function of growth L with time or age t,  $\dot{L}$  is the first derivative, growth rate or growth velocity.  $1-\varepsilon$  is an indicator for the intensity of seasonal changes with  $\varepsilon = 0$  yielding maximum effect down to a momentary stagnation and  $\varepsilon = 1$  representing growth without seasonal variations. Eq. (1) or (2) respectively have been applied by the author to the growth functions of PÜTTER/BERTALANFFY (1920, 1934), GOMPERTZ (1825), JANOSCHEK (1957) and RICHARDS (1959).

In our case pre-examinations for the starting values of the parameters as needed in nonlinear regressions suggest rather good approximations with the PÜTTER/BERTA-LANFFY

$$L = L(t) = a - b e^{-ct}, \qquad L_{\infty} = a$$
 (3)

and its modification

$$\tilde{L} = a - b e^{-ct} \left[ 1 + \frac{1 - \varepsilon}{2\pi} c \sin 2\pi (t - t_{A}) \right].$$
(4)

Table 1

In Eq. (2) and (4)  $t_{A}$  is a phase constant of the sine function denoting the time of minimum variation. Detailed investigations into the seasonally modified PÜTTER/BERTALANFFY have been carried out by SAGER (1983) and must be referred to here. Advices for the mathematical treatment can be found in SAGER (1984a).

## 4. Results of seasonally modified approximations

Nonlinear regressions have been applied following the Paul diction (PAUL 1975), allowing the minimization of the summed up absolute [1] and the squared [2] amounts of the deviations between real and approximated data. The results are given in table 1. The differences between the minimizations [1] and [2] remain rather small. At the foot of table 1 the values for the five parameters are registered. In the case [2] of the females the parameter  $1 - \varepsilon$  exceeds the amount 1. This

Results of nonlinear regressions for the approximation of the seasonally modified length growth of the pink shrimp west of the Isle of Man, Irish Sea after data series from AL-ADHUB and BOWERS (1977)

3				ę			
age in years	length in mm			age in	length in mm		
	real	[2]	[1]	years	real	[2]	[1]
0.36	6.0	5.21	5.19	0.36	6.0	5.00	5.02
0.30	7.0	7.05	7.02	0.46	7.0	7.05	6.97
0.40	7.0	7 94	7.92	0.52	7.9	8.13	7.99
0.52	81	8.06	8.05	0.53	8.1	8.29	8.14
0.55	8.0	8 72	8.73	0.59	8.1	9.14	8.94
0.59	8.6	9.17	9.20	0.65	8.9	9.76	9.53
0.05	0.1	9.49	9.53	0.72	9.3	10.19	9.96
0.72	10.1	9.71	9.73	0.83	10.2	10.42	10.20
0.05	0.7	0.74	9.75	0.86	10.0	10.42	10.21
0.86	9.7	9.74	9.75	0.89	10.8	10.41	10.22
0.89	10.7	9.79	9.70	0.94	10.2	10.41	10.24
0.94	9.7	9.89	0.84	0.94	10.5	10.41	10.24
0.94 1.03	9.9 10.1	10.23	10.11	1.03	10.4	10.53	10.40

64 GÜNTHER SAGER

Table 1 (continued)

and the second se				

ೆ				Ŷ			
age in years	length in	length in mm			length in mm		
	real	[2]	[1]	years	real	[2]	[1]
1.06	10.5	10.40	10.26	1.06	10.8	10.62	10.51
1.13	10.6	10.92	10.72	1.13	10.9	10.99	10.90
1.18	11.0	11.39	11.15	1.18	11.3	11.39	11.31
1.21	11.9	11.69	11.44	1.21	12.2	11.67	11.60
1.29	12.1	12.57	12.29	1.29	12.1	12.57	12.50
1.29	13.0	12.57	12.29	1.29	13.2	12.57	12.50
1.34	12.9	13.13	12.85	1.34	12.9	13.19	13.12
1.36	13.7	13.35	13.08	1.36	13.8	13.45	13.38
.46	13.9	14.36	14.11	1.46	15.3	14.69	14.61
.53	14.7	14.91	14.70	1.53	16.1	15.44	15.35
.54	15.2	14.98	14.77	1.54	15.8	15.53	15.45
.60	15.7	15.32	15.14	1.60	17.1	16.02	15.93
.65	16.1	15.52	15.35	1.65	17.2	16.32	16.23
.72	15.7	15.69	15.54	1.72	17.3	16.59	16.50
.83	15.8	15.81	15.65	1.83	17.3	16.72	16.66
.85	15.9	15.82	15.66	1.85	16.6	16.72	16.66
.89	16.2	15.85	15.68	1.89	17.9	16.72	16.67
.94	15.6	15.91	15.72	1.94	16.1	16.72	16.68
2.03	16.4	16.10	15.87	1.94	18.1	16.72	16.68
2.06	15.8	16.19	15.95	2.03	18.2	16.79	16.78
2.13	16.1	16.48	16.22	2.06	16.0	16.85	16.85
2.19	16.5	16.78	16.51	2.13	16.4	17.07	17.10
.21	16.4	16.89	16.62	2.19	16.5	17.37	17.42
.29	17.8	17.37	17.11	2.21	16.2	17.48	17.54
	18.1	17.37	17.11	2.29	17.3	18.02	18.11
.35	18.2	17.74	17.49	2.29	18.8	18.02	18.11
.36	17.4	17.80	17.56	2.35	18.6	18.48	18.59
2.46	16.9	18.35	18.15	2.36	17.8	18.56	18.67
.53	17.9	18.65	18.48	2.46	17.4	19.31	19.45
2.54	20.7	18.69	18.52	2.53	19.7	19.76	19.92
2.60	18.7	18.88	18.73	2.54	20.4	19.82	19.98
2.65	20.9	18.99	18.85	2.60	20.2	20.11	20.29
2.71	18.3	19.07	18.95	2.65	21.3	20.30	20.48
2.94	18.7	19.20	19.06	2.94	18.9	20.53	20.76
3.03	19.0	19.30	19.14				
1	23.16120		23.45499	a	26.36759		27.80001
5	22.44278		22.32990	b	25.1	25.10083	
2	0.60446		0.56500	c	0.50324		0.45704
3 — 8	0.8	4044	0.89406	$1-\epsilon$	1.0	1.02500	
	0.8	0.84933		tA	0.9	0.90011	
$\hat{\Sigma}[f]$	17.7	1	19.23	$\Sigma[f]$	27.5	27.58	
$\Sigma f^2$	21.1	1	20.70	$\Sigma f^2$	29.1	6	28.75

![](_page_34_Figure_5.jpeg)

Fig. 1 Mean carapace length of *Dichelopandalus bonnieri* for different year classes ( $\times$  1972,  $\bigcirc$  1971,  $\Box$  1970,  $\triangle$  1969) after AL-ADHUB and BOWERS and mathematical approximation after SAGER

means that the case with momentary stagnation is slightly overthrown with the result of very small temporary backfalls in length L.
This behaviour is not secured, however, because [1] gives a value just below 1 thus not quite reaching momentary stagnation. Details can be taken from the adjuncted columns of table 1.

Figure 1 shows the seasonally modified values for the length of the sexes being connected by a line directly entered into the original graph of AL-ADHUB and BOWERS (1977). This line can approximately be drawn visually as some authors have done in previous years when adequate mathematical methods were not yet available. Quite the contrary is the

![](_page_35_Figure_0.jpeg)

![](_page_35_Figure_1.jpeg)

case with figure 2 giving the curves for the Literatur growth rate or growth velocity. It is impossible to receive these curves from the original graph. With the parameters as determined by the application of nonlinear regression to the modified growth function the first derivative

$$\dot{\tilde{L}} = bc \ e^{-ct} \left[ 1 + \frac{1-\varepsilon}{2\pi} c \sin 2\pi (t-t_A) - (1-\varepsilon) \cos 2\pi (t-t_A) \right]$$
(5)

yields the curves of figure 2 with a yearly decrement  $e^{-c}$ . They show the strong variations of growth velocity through the life time of the pink shrimp which must have its origin in a well adapted metamorphosis and growth activity that will be worth while further investigations.

AL-ADHUB, A. H. Y .; BOWERS, A. B.: Growth and breeding of Dichelopandalus Bonnieri in Isle of Man waters. - Jour. Mar. Biol. Ass. U.K. 57 (1977), 229-238.

- BERTALANFFY, L. v.: Untersuchungen über die Gesetzlichkeit des Wachstums. I. Allgemeine Grundlagen der Theorie. - Roux' Arch. Entw. Mech. Org. 131 (1934), 613-652.
- CLOERN, J. E.; NICHOLS, F. H.: A von Bertalanffy growth model with a seasonally varying coefficient. - Journ. Fish. Res. Board Canada 35 (1978), 1479-1482.
- GOMPERTZ, B.: On the nature of the function expressive of the law of human mortality, and on a new mode of determining live contingencies. - Phil. Trans. Roy. Soc. 1825 (1825), 513-585.
- HOWARD, F. G.; MASON, J.: Shrimps Boom fishery of the seventies? - Scott. Fish. Bull. No. 36 (1971), 10-12.

- JANOSCHEK, A.: Das reaktionskinetische Grundgesetz und seine Beziehungen zum Wachstums- und Ertragsgesetz. - Statist. Vjschr. 10 (1957), 25-37.
- KEMP, S.: The Decapoda Natantia of the coasts of Ireland. - Scientific Investigations of the Fisheries Branch. Dep. Agric. and Techn. Instruction for Ireland for 1908, No. 1 (1910), 1-190.
- LAGARDÈRE, J. P.: Donées sur la biologie et sur l' alimentation de Dichelopandalus bonnieri (Crustacé-Natantia) dans le Golf de Gascogne. - Thetys 5 (1973), 155-166.
- MASON, J.: Shrimps around Scotland. Scott. Fish. Bull. No. 27 (1967), 13-16.
- MASON, J.; HOWARD, F. G.: Notes on the distribution and biology of Pandalus bonnieri Caullery off the west of Scotland. - Int. Council Explor. Sea, K: 34 (1969), 1-3.
- PAUL, W.: Ein direktes numerisches Verfahren zur Bestimmung der Parameter nichtlinearer Ausgleichsfunktionen. - Biom. Zschr. 17 (1975), 487-500.
- PAULY, D.; GASCHÜTZ, G.: A simple method for fitting oscillating length growth data, with a program for pocket calculators. - Int. Council Expl. Sea, CM 1979/G: 24 (1979), 1-26.
- PIKE, R. B.: Notes on the biology of the prawn Pandalus bonnieri Caullery. - Journ. Mar. Biol. Assoc. U.K. 31 (1952), 259-267.
- PÜTTER, A.: Studien über physiologische Ähnlichkeit VI. Wachstumsähnlichkeiten. - Pflügers Arch. 180 (1920), 298-340.
- RICHARDS, F. J.: A flexible growth curve for empirical use. - Journ. Exp. Botany 10 (1959), 290-300. RICKER, W. E.: Computation and interpretation of

biological statistics of fish populations. - Bull. Fish. Res. Board Canada No. 191 (1975), 1-382.

- SAGER, G.: Das Längenwachstum der Nordsee-Seezunge (Solea vulgaris Quensel) und die Problematik der Jahresschwankungen. - Anat. Anz. 151 (1982), 160 - 178.
- SAGER, G.: Eigenschaften der harmonisch-saisonal modifizierten Bertalanffyfunktion des Längenwachstums. - Anat. Anz. 154 (1983), 169-178.
- SAGER, G.: Annuale Wachstumsschwankungen der Muschel Macoma Balthica nach Daten von BACHE-LET (1980). - Beitr. Meereskde. H. 50 (1984a). 43 - 50.
- SAGER, G.: Verlängerte saisonale Wachstumsstagnation am Beispiel der Venusmuschel (Mercenaria mercenaria). - Beitr. Meereskde. H. 51 (1984b). 57 - 66.
- SLINN, D. J.: Water circulation and nutrients in the northwest Irish Sea. - Estuarine and Coastal Mar. Science 2 (1974), 369-400.
- URSIN, E.: On the incorporation of temperature in the von Bertalanffy growth equation. - Medd. Danm. Fiskeri- og Havunders., N.S. 4 (1963), 1 - 16.

Anschrift des Autors:

Dr. rer. nat. habil. GÜNTHER SAGER Akademie der Wissenschaften der DDR Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestraße 15

Abschluß der Arbeit: August 1984

Zur Veröffentlichung angenommen: 19. 12. 1984

Beiträge zur Meereskunde, Heft 54, S. 69-74, Berlin 1986

RUDOLF SCHEMAINDA und EBERHARD HAGEN

## Zur topographischen Richtungstendenz barotroper Strömungen im östlichen Zentralatlantik

Mit 3 Abbildungen

Zusammenfassung: Für den zentralen Ostatlantik wurde die Bodentopographie in 1°-Felder aufgelöst und daraus die topographischen Gradienten ermittelt. Aus der Erhaltung der potentiellen Vorticity und der linearen zeitunabhängigen Vorticity-Balance wird die topographische Richtungstendenz für den barotropen Transport abgeleitet und diskutiert. Um die Kap Verdischen Inseln und um die Kanarischen Inseln besteht eine Tendenz zur Bildung geschlossener Transportlinien mit zyklonalem Drehsinn. Vor der Küste Marokkos begünstigen die topographischen Strukturen Verwirbelungen in räumlichen Skalen von einigen hundert Kilometern Durchmesser, deren Drehsinn sowohl zyklonal als auch antizyklonal ist. Zwischen 22° N und 35° N wird entlang von 20° W eine signifikante Richtungstendenz nach Süden nachgewiesen. Eine kräftige Richtungstendenz nach Süden ergibt sich für den barotropen Transport entlang des Kontinentalabhanges vor Nordwestafrika für das ganze Untersuchungsgebiet zwischen 5° N und 35° N.

Abstract: The bottom topography is resolved by 1°-squares in the eastern Central Atlantic. From this, the topographic slopes are determined. A topographic direction tendency of the barotropic transports is derived from the conservation of potential vorticity and from the steady state linear vorticity balance. It is demonstrated that a direction tendency of closed isolines of transport is received around the Cap Verde Islands and around Canary Islands with a cyclonic sense of rotation. The topographic structures favour the generation both of cyclonic and of anticyclonic eddies which are marked by some hundred of kilometres in diameter off the coast of Marocco. A significant direction tendency of barotropic motions to south is shown between 22° N and 35° N along the longitude of 20° W. A drastic tendency of barotropic transports to south too is pointed out along the continental slope off Northwest Africa for the whole investigation area between 5° N and 35° N.

Резюме: Топографические градиенты в узлах одноградусной сетки были рассчитаны для центральной восточной части тропической Атлантики. Тенденция направления интегральной циркуляции следует из закона сохранения потенциального вихря для случая линейного равновесия вихря. Эта тенденция выражается в кругообразних изолиниях интегрального переноса показывающих вращения вокруг Канарских островов и островов Зелёного Мыса. Топографические структуры дна в близи берега Марокко обладают свойствами которые вызывают образование циклонических и антициклонических вихрей имеющих горизонтальный масштаб в пределах нескольких сот килиметров. Это указывает, что интегральный перенос на правлен на юг вдоль 20° з.д. между 22° с.ш. и 25° с.ш., а также в прибрежной зоне всей исследуемой области между 5° с.ш. и 35° с.ш.

#### 1. Einleitung

Im Meer ist die großmaßstäbige Zirkulation an einen mittleren Grundzustand des räumlichen Massenfeldaufbaus gekoppelt. Dieser wird, abhängig vom lokalen vertikalen Schichtungsaufbau, sowohl durch räumliche Strukturen im Feld der Rotation der Windschubspannung an der Meeresoberfläche als auch durch die inversbarometrische Reaktion der Meeresoberfläche auf horizontale Unregelmäßigkeiten im Luftdruckfeld erzeugt. Hinzu kommt die Wirkung der breitenabhängigen Corioliskraft auf die meridionale Strömungskomponente. Diese Zusammenhänge werden qualitativ durch die lineare Vorticity-Balance beschrieben. Die Kenntnis des Grundzustandes der großskaligen Zirkulation ist eine notwendige Voraussetzung für das Verstehen allgemeiner Zusammenhänge und für die sachgemäße Einordnung detaillierter Beobachtungsergebnisse.

Für das vertikal integrierte Stromfeld verlangt die Kontinuitätsforderung, daß die Transportstromfunktion divergenzfrei ist. Daraus ergibt es sich, daß die Gradienten der Bodentopographie mit den Strömungskomponenten und die Gradienten der Strömungskomponenten mit der Wassertiefe verknüpft sind. Im reibungsfreien Fall sind die Linien gleichen Transportes bestrebt, den Isobathen des Meeresbodens zu folgen. Bereits STOMMEL (1965) hat geäußert, daß die Abweichungen des realen Stromlinienverlaufes von den f/H-Isolinien infolge der Einwirkung der Rotation der Windschubspannung der eigentliche "innere Motor" der großräumigen Zirkulation in den zentralen Meeresgebieten ist. Dabei ist f der breitenabhängige Coriolisparameter und H die Wassertiefe. Unter diesem Gesichtspunkt wird es verständlich, daß die Muster von stationären vertikal integrierten Transportstromfunktionen numerischer Modellrechnungen im wesentlichen das Bodenrelief widerspiegeln, vergleiche FRIEDRICH (1970), BRYAN und Cox (1972) sowie SAR-KISYAN und KEONJIAN (1975).

Das schichtungsabhängige Strom- und Massenfeld "fühlt" die Bodentopographie durch die direkte Wechselwirkung mit den topographischen Gradienten in den tiefsten Schichten und durch die indirekte Wirkung der barotropen auf die baroklinen Prozesse über die ganze Wassersäule.

Aus analytischen Recherchen, die zur Untersuchung der Strömungsreaktion auf die Einwirkung eines topographischen Rückens im geschichteten Ozean durchgeführt wurden, schlußfolgerte JACOBS (1964): "Topographic effects are not confined to a region near the bottom and are felt throughout the entire depth of the fluid."

Wir erwarten daher, daß sich das Bodenrelief mehr oder weniger deutlich in den Wasserstandsanomalien bezüglich eines mittleren Wasserstandes abbildet. Die Wasserstandsanomalien bestimmen jedoch durch ihre horizontalen Gradienten den barotropen Stromanteil, wenn von Reibungseinflüssen abgesehen wird. Die Untersuchungen von WARREN (1969) zeigten, daß sich die Stromlinien dort auffächern, wo die Isobathen des Bodens "divergieren", und daß sie sich dort bündeln, wo die Tiefenlinien "konvergieren". Den Regionen mit extrem steilen Bodenneigungen kommt eine besondere Bedeutung für das barotrope Stromfeld zu, da diese Gebiete Strömungsinstabilitäten infolge kräftiger horizontaler Stromscherungen erwarten lassen. Mit anderen Worten: In diesen Gebieten ist mit "ortsfesten" Verwirbelungen zu rechnen, die tiefenunabhängige Strukturen besitzen.

Das Anliegen dieser Arbeit besteht darin. derartige Regionen im östlichen Zentralatlantik aufzuzeigen und von jenen Gebieten zu unterscheiden, in denen die Struktur der barotropen Zirkulation entscheidend durch die Struktur des Bodenreliefs geprägt wird. Unter diesem Gesichtspunkt wird im folgenden die in 1°-Felder aufgelöste Bodentopographie des östlichen Zentralatlantiks analysiert, die von DEMIN, HAGEN und GURINA (1981) benutzt wurde. Die vertikale Auflösung der Wassertiefen beträgt +100 m. d. h. es ergeben sich die Gradienten der Wassertiefe mit einer Genauigkeit von etwa  $\pm 1 \cdot 10^{-3}$ .

## 2. Potentielle Vorticity

Die zentrale Eigenschaft der großräumigen Zirkulation ist die Erhaltung der potentiellen Vorticity entlang einer Stromlinie unter Beachtung, daß die vom Wind zugeführte Vorticity hauptsächlich im Bereich der intensiven Westrandströme dissipiert.

Im Falle des homogenen Meeres verlangt diese Aussage für weite Gebiete des offenen Ozeans ein konstantes Verhältnis zwischen absoluter Vorticity und Wassertiefe, wenn einer Stromlinie gefolgt wird.

Die absolute Vorticity des Stromfeldes ist die Summe aus der relativen Vorticity  $\zeta$  $= v_x - u_y$  und dem Coriolisparameter f = f(y). Das Koordinatensystem ist so gewählt, daß die x-Achse nach Osten, die v-Achse nach Norden und die z-Achse aufwärts gerichtet ist. Für die Ableitungen wird die Schreibweise  $(...)_{x,y,z}$  benutzt. Es wird

vorausgesetzt, daß  $\zeta \ll f$  ist. Damit ergibt sich für die Erhaltung der potentiellen Vorticity entlang einer Stromlinie des barotropen Stromfeldes mit den Komponenten (u, v) in zentralen Ozeangebieten die Bedingung

$$f/H$$
 = const;

H = H(x, y) ist die Wassertiefe.

Aus der linearen Vorticity-Balance folgt für das reibungsfreie barotrope Stromfeld ein Ausgleich zwischen der planetaren Vorticity-Tendenz und der topographisch bedingten Streckung oder Schrumpfung der Wassersäule. Wenn q die Richtung der Stromlinie im ozeanologischen Richtungssinn ist und  $\beta = f_{\rm v}$ , dann resultieren die Beziehungen

$$\tan (q) = u/v \sim -(f/H)_y/(f/H)_x$$
$$= (\beta - (f/H) H_y)/(f/H) H_x.$$

Die rechte Seite von (2) wird allein durch die Eigenschaften der Bodentopographie in Abhängigkeit von der geographischen Breite bestimmt, wenn  $\beta$  konstant ist. Die durch die Beziehungen (2) beschriebene Stromlinienführung kann daher auch als topographische Vorzugsrichtung des tiefenunabhängigen Stromanteils angesehen werden. Wir nehmen an, daß diese Vorzugsrichtung für hinreichend lange Zeitmaßstäbe von der großmaßstäbigen Zirkulation angestrebt wird. In diesem Sinne fassen wir q als bodentopographische Richtungstendenz auf.

### 3. Topographische Richtungstendenzen

Die generellen Strukturen des topographischen Reliefs für den zentralen Ostatlantik sind in der Abb. 1 dargestellt. Im wesentlichen zeigt diese Abbildung einen meridionalen Verlauf der Linien gleicher Wassertiefe, der im Norden durch die Kanarischen Inseln, im Mittelteil durch die Kap Verdischen Inseln und im Süden durch den Sierra Leone-Rücken unterbrochen wird. Zwischen dem Sierra Leone-Rücken und den Kap Verdischen Inseln liegt die Gambia Tiefsee-Ebene. Sie ist in Abb. 1 durch die

![](_page_37_Figure_20.jpeg)

Abb. 1

(1)

Isobathen der in 1°-Felder aufgelösten Wassertiefe vor Nordwestafrika (NWA)

Ausbuchtung der 4 km Isobathe nach Osten gekennzeichnet. Der Kontinentalabhang vor der westafrikanischen Küste verdeutlicht sich durch die Drängung der Isolinienverläufe. Dementsprechend verhalten sich die horizontalen Bodenneigungen in der Abb. 2.

Gemäß der Erhaltung der potentiellen Vorticity korrespondieren die Gebiete mit  $H_{\rm r} < 0$  zu einer topographischen Richtungstendenz nach Süden und die Gebiete mit  $H_x > 0$  zur Tendenz eines Nordtransportes. Die Gebiete mit einer nördlichen Richtungstendenz nehmen vergleichsweise ein sehr geringes Areal ein. Hauptsächlich treten derartige Bedingungen im Nordwesten des Untersuchungsgebietes auf, sowie in einer Zone, die sich etwa entlang von 22° W zwischen 4° N und 20° N ausdehnt. Diese Zone erstreckt sich entlang der Ostflanke der Gambia Tiefsee-Ebene und endet an der Westflanke der Kap Verdischen Inseln. Interessant ist ferner die Bildung geschlossener Isolinien vor der Küste Marokkos (vgl. Abb. 2a, b) sowie vor der Küste Sierra Leones und Liberias. Dabei werden topographische Gra-

![](_page_38_Figure_1.jpeg)

#### Abb. 2

Isolinien der horizontalen Gradienten der Bodentopographie

109

a) zonale Gradienten  $H_x$ 

b) meridionale Gradienten  $H_y$ 

(Die Gebiete mit Gradienten der Größenordnung  $(10^{-2})$  wurden schraffiert hervorgehoben, da in diesen Gebieten die Voraussetzung der linearen Vorticitybalance a priori nicht zu gelten braucht) dienten erreicht, die um eine Größenordnung höhere Werte besitzen als in den Gebieten fernab von Küsten und Inseln. Die räumlichen Irregularitäten im Bodenrelief produzieren durch die Vorticityerhaltung konsequenterweise zusätzliche Beiträge der relativen Vorticity, was sich durch ein vertikales Strecken oder Schrumpfen der "Bänder" der Transportstromfunktion bemerkbar macht.

Aus dieser Sicht können die Linien gleicher Bodenneigung ebenfalls als Linien gleicher Produktion an relativer Vorticity aufgefaßt werden. Entsprechend der Beziehung (2) wirken die zonalen topographischen Gradienten auf die barotrope Meridionalkomponente und die meridionalen Gradienten auf die Zonalkomponente des tiefenunabhängigen Stromfeldanteils.

In den Abb. 2a, b sind die Gebiete mit einer Gradienterhöhung in der Ordnung 10<sup>-2</sup> schraffiert hervorgehoben.

Während die  $H_r$ -Konturen in Abb. 2a einen vorwiegend meridionalen Verlauf ausweisen und das Schelfgebiet mit Gradienten größer als 10<sup>-2</sup> kennzeichnen, dominieren für die H"-Konturen in Abb. 2b zonale Isolinienverläufe. Die erreichten Größenordnungen von  $H_x$  und  $H_y$  sind in Abhängigkeit von der 1°-Auflösung vergleichbar. Auffällig ist es, daß sowohl für  $H_{y}$  als auch für  $H_{y}$ -Gebiete geschlossener Isolinien in Erscheinung treten, deren Fläche einige hundert Kilometer zum Quadrat beträgt. Sie befinden sich vor der Küste Marokkos, im Gebiet der Kanarischen Inseln, im Bereich der Kap Verdischen Inseln und vor den Küsten Sierra Leones und Liberias. Die genannten Inselgruppen werden in Abb. 3a gleichfalls durch geschlossene f/H-Isolinien ausgewiesen.

Nach den Untersuchungen von LEIPOLD (1983) wird in den Gebieten mit geschlossenen f/H-Linien der windbedingte Vorticity-Eintrag nicht durch das Bodendrehmoment ausbalanciert, das infolge der Wechselwirkung zwischen dem Bodendruck und der Bodentopographie entsteht. Daraus resultiert eine effektive Änderung der lokalen relativen Vorticity des Stromfeldes; d. h.  $\zeta \ll f$  ist in diesen Gebieten a priori nicht erfüllt und die

![](_page_38_Figure_13.jpeg)

#### Abb. 3

Topographische Richtungstendenz der vertikal integrierten Transportstromfunktion, ausgedrückt durch die f/H-Linien der potentiellen Vorticity

- a) qualitative Transportlinienführung
- b) quantitative Vektordarstellung der topographischen Richtungstendenz

Beziehung (1) muß nicht gelten. LEIPOLD gibt an, daß der Massentransport und die Vorticity über die geschlossenen f/H-Konturen oszillieren. Die Oszillationsperioden liegen nach seinen Abschätzungen allgemein zwischen 50 Tagen und mehreren Jahren und können im Spezialfall als topographisch geführte Rossby-Wellen verstanden werden.

Mit anderen Worten: Die Bereiche mit geschlossenen f/H-Isolinien um die Inselgruppe der Kanarischen und der Kap Verdischen Inseln sind in Abhängigkeit von den äußeren Anregungsmechanismen potentielle "Wirbelgeneratoren".

In der Abb. 3a ist der qualitative und in Abb. 3b der quantitative Verlauf der mit der Beziehung (2) berechneten topographischen Richtungstendenz für die vertikal integrierten Transportstromlinien dargestellt, die sich aus der Erhaltung der potentiellen Vorticity bei linearer Betrachtungsweise ergeben.

Für die topographische Richtungstendenz lassen sich aus dem Vergleich von Abb. 3a, b für das Gebiet des östlichen Zentralatlantiks folgende Aussagen zusammenfassen:

- Entlang des Kontinentalabhanges besteht eine durchgehende Tendenz zum Südtransport, die im Nordosten und im Südosten des Untersuchungsgebietes um eine Größenordnung kräftiger wirkt als im Mittelteil zwischen 12° N und 23° N.
- Die topographische Richtungstendenz weist besonders zwischen 22° N und 35° N für Gebiete seewärts der Schelfkante die Neigung zur Bildung zyklonaler und antizyklonaler Verwirbelungen aus, deren räumliche Skalen im Bereich von einigen hundert Kilometern Durchmesser liegen.
- Sowohl um die Inselgruppe der Kanarischen Inseln als auch um die der Kap Verdischen Inseln dominieren geschlossene f/H-Konturen mit einer scheinbaren Richtungstendenz zur zyklonalen Stromlinienführung um die Inselgruppen herum und lassen nach LEIPOLD (1983) bevorzugt topographisch geführte Rossby-Wellen erwarten.
  - Für das Gebiet zwischen  $22^{\circ}$  N und  $35^{\circ}$  N wird entlang  $20^{\circ}$  W eine Richtungsten-

denz nach Süden ausgewiesen, die selbst als Ostflanke einer großmaßstäbigen antizyklonalen Richtungstendenz aufgefaßt werden kann, die aus der Beckenbildung zwischen dem Mittelatlantischen Rücken und dem Kontinentalabhang vor Nordwestafrika resultiert.

- Durch die Gambia Tiefsee-Ebene ergibt sich eine geringfügige zyklonale Richtungstendenz um die Position von 10° N, 22° W dort, wo im Massenfeldaufbau das Gebiet des Guineadomes vorgefunden wird.

Wir danken Frau H. BRENDEL und Herrn A. WILDE ir die sorgfältige Ausführung der Zeichnungen.

#### iteratur

RYAN, K.; Cox, M. D.: The circulation of the world ocean: A numerical study. Part I, A homogeneous model. — J. Phys. Oceanogr. 2 (1972), 319—335. DEMIN, YU.; HAGEN, E.; GURINA, A. M.: Large-scale currents in the upper layer of the Canary upwelling area un summer. — Oceanology 21 (4) (1981), 613—618 (in Russian).

RIEDRICH, H. J.: Preliminary results from a numerical multilayer model for the circulation in the North Atlantic. — Dtsch. Hydrogr. Z. 23 (4) (1970), 145—164. JACOBS, S. J.: On stratified flow over bottom topography. – J. Mar. Res. 22 (3) (1964), 223–235.

- LEIPOLD, G.: Vorticity oscillations over closed f/hcontours. — Hamburger Geophys. Einzelschriften, Reihe A, Heft 60 (1983), 94 p.
- SARKISYAN, A. S.; KEONJIYAN, V. P.: Review of numerical ocean circulation models using the observed density field. — Proceedings of a symposium held at Durham, New Hampshire, October 17–20, 1972. National Academy of Sciences, Washington 1975, 76–92.
- STOMMEL, H.: The Gulf Stream. University of California Press, Cambridge University Press 1958, 202.
- WARREN, B. A.: Divergence of isobaths as a cause of current branching. — Deep-Sea Res. 16 (1969), 339—355.

Anschrift der Autoren: . Dr. rer. nat. RUDOLF SCHEMAINDA, Dr. sc. nat. EBERHARD HAGEN Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Meereskunde, DDR-2530 Rostock-Warnemünde, Seestraße 15

Abschluß der Arbeit: 17. 4. 1984

Zur Veröffentlichung angenommen: 31. 1. 1985

#### Note to Contributors:

Manuscripts should be typed in double-spacing and submitted in three copies on white paper of size A4 ( $297 \times 210$  mm). Only one side of each sheet should be used. The margins should be 3.5 cm wide at the left side and 2.5 cm wide at the top. Manuscripts should not be longer than 20 pages (including figures). Authors will receive one proof copy for correction. Belated insertions or major changes to the text can not be considered.

Authors are requested to pay special attention to the subsequent notes regarding the preparation of the manuscripts. The following sequence should in general be used:

*Title*: Full name(s) of the author(s). Below it the complete title of the contribution in English, German and Russian.

Abstract, Zusammenfassung, Pesiome: A brief but cogent summary in English, German and Russian must precede each contribution. It should contain informations regarding the methods used and the most important conclusions reached by the author.

*Text*: Pages belonging to the manuscript must be numbered consecutively. The contribution should be clearly arranged, and the chapters should be consecutively numbered.

The following print instructions are to be inserted by the author (in pencil!): spaced print: underlined with dashes; small print: vertical line in the left margin; italics: underlined with undulating line. The names of all authors cited must be written in capitals with the year of publication in brackets after the name. The recommendations given in the IAPSO-SUN report should be taken into account when presenting measured data (S.I. units). Mathematical symbols, formulae and letters that cannot be typed must be entered carefully and clearly by hand.

Abbreviations should be used only if required repeatedly in the text and should, if necessary, be explained separately at the end of the contribution.

*References*: The authors cited in the text should be listed alphabetically at the end of the contribution in the following way:

Books: LEBLOND, P. H.; MYSAK, L. A.: Waves in the Ocean. — Amsterdam: Elsevier 1978. Journals: VERONIS, G.; MORGAN, G. W.: A study of the time-dependent wind-driven ocean circulation. — Tellus <u>7</u> (1955) 2, 232—247. Abbreviations for journal titles should conform to the procedure of libraries; for non-periodicals, add "No." (of the issue) to avoid confusions.

Author's address: The date on which the contribution was concluded, the full name(s) of the author(s) and their affiliation should by typed at the end of the manuscript.

Figures, tables, legends: Figures must be submitted in printable form drawn on tracing paper with black Indian ink or as photographic copies (black and white). Figures and tables should be numbered according to their sequence in the text and identified on the reverse side by their appropriate number and the author's name. Their desired position in the text should be noted in the left margin. All tables and descriptive captions to figures and tables to be typed on a separate sheet. Машинописные статьи следует высылать в трех экземплярах на белой бумаге формата A4 (297 × 210 мм) с полями в 3,5 см (слева) и 2,5 см (вверху) соответственно при письме только на одной стороне листа через два интервала. Объем статьи, по возможности, не должен превышать 20 страниц (включая рисунки). Для разовой корректуры автору передается корректурный оттиск статьи, поэтому дополнительные вставки или значительные изменения текста исключаются.

В ходе оформления статьи просим учесть следующие указания и принять такую последовательность частей рукописи:

Название: Имя (имена) и фамилия (фамилии) автора(ов), под ними: полное название статьи на немецком, английском и русском языках.

Резюме, Zusammenfassung, Abstract: Заранее выслать на каждую статью краткое, но содержательное резюме на русском, немецком и английском языках. Оно должно содержать информацию о применяемых методах исследований и основные выводы автора.

Текстовая часть: Следует нумеровать страницы статьи по порядку. Статья должна обладать четкой структурой с нумерацией глав по порядку.

Автор должен внести в рукопись следующие заметки (карандашом!): разрядка — ломаная линия, мелкий шрифт — вертикальная линия с левого края, курсив — волнистая линия.

Фамилии цитируемых авторов писать прописными буквами, а год публикации — в скобках.

Приводя данные измерений, автор должен принять во внимание рекомендации Международной системы единиц (СИ). Математические

T.

символы, формулы, а также буквы, которые не могут быть напечатаны на машинке, должны быть тщательно и четко внесены от руки. Сокращения в тексте допускаются только в случае повторов и, при необходимости, объяснены в конце статьи.

Литература: Список цитируемых в тексте авторов должен быть приведен согласно образцу в алфавитном порядке: Книги: LEBLOND, P. H.; MYSAK, L. A.:

Waves in the Ocean. - Amsterdam: Elsevier 1978.

Журналы: VERONIS, G.; MORGAN, G. W.: A study of the time-dependent wind-driven ocean circulation. — Tellus <u>7</u> (1955) 2, 232—247.

Сокращать названия журналов можно только так, как принято в библиотеках. С целью избежания недоразумений рекомендуется добавить к названиям журналов, выходящих непериодично, № выпуска.

*Адрес автора*: В конце рукописи следует указать: дату окончания работы, полные имя (имена) и фамилию(и) автора(ов), адрес института(ов) или организации(й).

Рисунки, таблицы, условные обозначения: Рисунки должны быть четкими и оформлены на кальке (черной тушью) или фотобумаге (черно-белой). Рисунки и таблицы должны быть пронумерованы по порядку, а на обороте следует написать фамилию автора и номер рисунка или таблицы. Их местонахождение в тексте следует пометить на левом поле. Таблицы, заголовки таблиц и подписи к рисункам (условные обозначения) должны быть написаны отдельно. Die Manuskripte sind in Maschinenschrift (zweizeilig) auf weißem, einseitig beschriebenem Papier im A4-Format ( $297 \times 210$  mm) mit jeweils 3,5 cm (links) und 2,5 cm (oben) breiten Rändern sowie in dreifacher Ausfertigung einzureichen. Der Umfang eines Beitrags sollte 20 Manuskriptseiten (einschließlich Abbildungen) nicht überschreiten. Dem Autor wird zur einmaligen Korrektur ein Umbruch-Exemplar seines Beitrags zugesandt; nachträgliche Einfügungen oder größere Textveränderungen sind daher nicht möglich.

Bei der formellen Gestaltung des Beitrags wird um die Beachtung folgender Richtlinien und um die Einhaltung der Abfolge nachstehend aufgeführter Details des Manuskripts gebeten:

*Titel*: Vor- und Zuname(n) des Autors (der Autoren). Darunter: Vollständiger Titel des Beitrags in deutscher, englischer und russischer Sprache.

Zusammenfassung, Abstract, Pesiome: Jedem Beitrag ist eine kurzgefaßte, aber aussagekräftige Zusammenfassung in deutscher, englischer und russischer Sprache voranzustellen. Sie sollte Informationen über die angewandten Untersuchungsmethoden sowie die wichtigsten Ergebnisse und Schlußfolgerungen beinhalten.

Textteil: Die Seiten des Manuskripts sind fortlaufend zu numerieren. Der Beitrag sollte eine klare Gliederung mit fortlaufend numerierten Kapitelüberschriften aufweisen.

Folgende Auszeichnungen sind vom Autor (mit Bleistift!) vorzunehmen: Sperrdruck: unterbrochene Linie; Kleindruck: senkrechte Linie am linken Rand; kursiv: Wellenlinie.

Zitierte Autorennamen werden grundsätzlich in Großbuchstaben und das Jahr der Publikation in Klammern angegeben. Für die Wiedergabe von Meßwerten sind die Empfehlungen des IAPSO- SUN Reports (SI-Einheiten) zu beachten. Mathematische Symbole, Formeln und Buchstaben, die nicht in Maschinenschrift ausgeführt werden können, sind sorgfältig und deutlich lesbar mit der Hand einzutragen.

Abkürzungen sollten nur bei wiederholtem Gebrauch im Text verwendet und erforderlichenfalls am Ende des Beitrags gesondert erläutert werden.

*Literaturverzeichnis*: Die im Textteil zitierten Autoren werden nach folgendem Muster in alphabetischer Reihenfolge aufgeführt:

Bücher: LEBLOND, P. H.; MYSAK, L. A.: Waves in the Ocean. — Amsterdam: Elsevier 1978.

Zeitschriften: VERONIS, G.; MORGAN, G. W.: A study of the time-dependent wind-driven ocean circulation. — Tellus  $\underline{7}$  (1955) 2, 232—247.

Die Abkürzung der Zeitschriftentitel ist wie in Bibliotheken üblich vorzunehmen. Bei nichtperiodisch erscheinenden Zeitschriften sollte "H." (Heft) ergänzt werden, um Verwechslungen zu vermeiden.

Anschrift des Autors: Am Ende des Manuskripts sind das Abschlußdatum der Arbeit, der (die) vollständige(n) Name(n) des Autors (der Autoren) sowie die Anschrift der Institution(en) anzugeben.

Abbildungen, Tabellen, Legenden: Abbildungen sind in reproduktionsfähigem Zustand auf Transparentpapier (in schwarzer Tusche) oder auf Fotopapier (schwarz-weiß) einzureichen. Abbildungen und Tabellen müssen durchlaufend numeriert und auf der Rückseite mit dem Namen des Autors und der Abbildungs-/Tabellennummer versehen werden. Ihre gewünschte Plazierung im Text ist jeweils auf dem linken Rand anzugeben. Tabellen, Tabellenüberschriften sowie Abbildungsunterschriften (-legenden) sind grundsätzlich gesondert als Manuskript zu schreiben.